

Teorema Fundamental del Álgebra

Toda ecuación polinomial $P(x) = 0$, donde $P(x)$ es un polinomio de cualesquiera coeficiente numérico de grado mayor que la unidad, tiene por lo menos una raíz generalmente compleja.

Corolario : Toda ecuación polinomial de grado "n" tiene exactamente "n" raíces.

* $x^2 - x + 5 = 0$ tiene 2 raíces

* $x^7 + x = 1$ tiene 7 raíces

Teorema de Cardano - Viette :

Dada la ecuación polinomial de grado "n", cuya estructura es :

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + a_3 x^{n-3} + \dots + a_n = 0$$

si sus raíces son :

$$x_1; x_2; x_3; \dots; x_n$$

se cumple :

1. Suma de raíces :

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = -\frac{a_1}{a_0}$$

2. Suma de productos binarios :

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 + \dots + x_{n-1} x_n = \frac{a_2}{a_0}$$

3. Suma de productos ternarios :

$$x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + \dots + x_{n-2} x_{n-1} x_n = -\frac{a_3}{a_0}$$

En general, si " s_k " representa la suma de los productos de las raíces tomadas de "k" en "k", se cumple :

$$s_k = (-1)^k \cdot \frac{a_k}{a_0}$$

Veamos un ejemplo para la ecuación :

$$2x^3 + 5x^2 + 10x - 1 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{5}{2}$$

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_1 x_2 x_3 = -\frac{-1}{2} = \frac{1}{2}$$

Teoremas Adicionales :

1. Paridad de raíces imaginarias :

Sea $P(x) = 0$ una ecuación polinomial, donde $P(x)$ es un polinomio de coeficientes reales, si una raíz de la ecuación es el número imaginario $a + bi$, otra raíz será $a - bi$.

2. Paridad de raíces irracionales :

Sea $P(x) = 0$ una ecuación polinomial, donde $P(x)$ es un polinomio de coeficientes racionales, si una raíz de la ecuación es el número irracional :

$a + \sqrt{b} / a \in \mathbb{Q} \wedge \sqrt{b} \notin \mathbb{Q}$, entonces, otra raíz será : $a - \sqrt{b}$.

Ecuación de Tercer Grado : (cúbica)

Forma general :

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad \dots (1)$$

Donde :

x = incógnita, asume tres valores :

$$a, b, c \wedge d \in \mathbb{R} / a \neq 0$$

Si en la forma general se sustituye " x " por $x - \frac{b}{3a}$, se obtiene

la siguiente ecuación :

$$x^3 + px + q = 0 \quad \dots (2)$$

cuyo discriminante se denota por D y se define según la relación :

$$D = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2$$

Con lo cual las raíces de (2) se obtienen según :

$$x_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{D}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{D}}$$

$$x_2 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{D}} \cdot W + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{D}} \cdot W^2$$

$$x_3 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{D}} \cdot W^2 + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{D}} \cdot W$$

$$\text{siendo : } W = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i / i = \sqrt{-1}$$

Observación : Es recomendable utilizar el proceso anterior siempre y cuando la ecuación dada no pueda resolverse por factorización.

Ecuación Bicuadrada : Es aquella ecuación polinomial de cuarto grado que presenta la siguiente forma :

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

Donde :

x = incógnita, asume cuatro valores

$$a, b \wedge c \in \mathbb{R} / a \neq 0$$

Teorema del Conjunto Solución

Toda ecuación bicuadrada :

$ax^4 + bx^2 + c = 0$, donde "m" y "n" son dos raíces no simétricas presenta por conjunto solución.

$$CS = \{m, -m, n, -n\}$$

Propiedad de las Raíces : Siendo "m" y "n" las raíces no simétricas de la ecuación bicuadrada $ax^4 + bx^2 + c = 0$, se cumple :

$$I. \quad m^2 + n^2 = -\frac{b}{a}$$

$$II. \quad m^2 \cdot n^2 = \frac{c}{a}$$

Reconstrucción de la ecuación bicuadrada en "x":

Siendo "m" y "n" las raíces no simétricas, tenemos:

$$x^4 - (m^2 + n^2)x^2 + m^2n^2 = 0$$

Ecuación Binomia

Forma general :

$$ax^n + b = 0$$

Donde :

x = incógnita, asume "n" valores.

$$a \wedge b \in \mathbb{R} / a \neq 0 \wedge b \neq 0$$

Observación : Para resolver una ecuación binomia, se podrá aplicar algún producto notable, cierto criterio de factorización o la radicación de los números complejos.

Ecuación Trinomia

Forma general :

$$ax^{2n} + bx^n + c = 0$$

Donde :

x = incógnita, asume "2n" valores.

$$n \in \mathbb{N} / n \geq 2$$

$$a \wedge b \wedge c \in \mathbb{R} / a \neq 0, b \neq 0 \wedge c \neq 0$$

Observación : Para resolver una ecuación trinomia se recomienda que, en la forma general, se realice el siguiente cambio : x^n por "y", con lo cual la ecuación sería :

$$ay^2 + by + c = 0$$

Donde los valores de "y" se podrían obtener, según los criterios vistos en la resolución de una ecuación cuadrática, para finalmente resolver la siguiente ecuación binomia :

$$x^n = y$$

Ecuación Recíproca : $P(x) = 0$, será una ecuación recíproca, si $P(x)$ es un polinomio cuyos coeficientes de sus términos equidistantes son iguales.

Ejemplos :

$$* \quad 2x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$* \quad x^3 + 4x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$* \quad 5x^4 - 2x^3 + 7x^2 - 2x + 5 = 0$$

$$* \quad 4x^5 + 3x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$$

Propiedades :

1. En toda ecuación recíproca, se cumple que si : $r \neq 0$ es una raíz, entonces, otra raíz será $\frac{1}{r}$.

2. Toda ecuación recíproca de grado impar acepta como raíz a 1 ó -1.

3. Si : $P(x) = 0$ es una ecuación recíproca de grado "n", se verifica lo siguiente :

$$P(x) \equiv x^n \cdot P\left(\frac{1}{x}\right)$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Indicar la suma de la mayor raíz positiva con la mayor raíz negativa que se obtiene al resolver :
- $$36x^4 - 148x^2 + 16 = 0$$
- a) 0 b) 11/6 c) 5/3
d) -11/6 e) -5/6
02. Formar una ecuación bicuadrada que tenga por dos de sus raíces : $a - 2\sqrt{3}$ y 5.
- a) $x^4 + 42x^2 + 280 = 0$
b) $x^4 - 40x^2 + 390 = 0$
c) $x^4 - 37x^2 + 300 = 0$
d) $x^4 - 42x^2 + 280 = 0$
e) $x^4 + 37x^2 + 280 = 0$
03. Indicar la suma de coeficientes de una ecuación bicuadrada de raíces :
 $x_1; x_2; x_3$ y x_4 .
Si : $x_1 = 2y$, $x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 32$.
- a) 84 b) 85 c) 45
d) 95 e) 44
04. Calcular "k" en la ecuación bicuadrada.
 $ax^4 + 48x^2 + k = 0$, si las 4 raíces de la ecuación cumplen con :
- $$x_1 = x_3; (x_2 x_4)^{-1} + (x_1 x_3)^{-1} = 12$$
- a) 4 b) -4 c) -2
d) 2 e) 10
05. Determinar la suma de las raíces racionales del polinomio :
- $$P(x) = x^4 - x^3 - 11x^2 - x - 12$$
- a) -2 b) 0 c) -1
d) 1 e) 2
06. El siguiente polinomio :
- $$P(x) = x^5 - 3x^4 - 6x^3 + 10x^2 + 21x + 9$$
- presenta :
- a) 5 raíces diferentes.
b) 2 raíces de multiplicidad 2.
c) 1 raíz de multiplicidad 2 y otra de multiplicidad 3.
d) 1 raíz de multiplicidad 4.
e) 1 raíz de multiplicidad 5.
07. Si la ecuación :
- $$ax^4 + bx^3 - bx - a = 0$$
- tiene dos raíces reales. ¿Qué relación existe entre a y b, sabiendo que : $a < 0$?
- a) $|b| + 2a \geq 0$ b) $|b| > |2a|$
c) $|b| - 2a \geq 0$ d) $|b| + 2a < 0$
e) $a + b = 0$
08. Indicar la suma de los cuadrados de los ceros no racionales de la ecuación :
- $$x^3 + 2x^2 - 7x - 2 = 0$$
- a) 14 b) 13 c) 10
d) 5 e) 2
09. Formar la ecuación de menor grado posible con raíces: 2, 5 y 3.
- a) $x^3 + 10x^2 - 30x + 60 = 0$
b) $x^3 - 10x^2 + 31x - 30 = 0$
c) $x^3 + 31x^2 - 30x - 60 = 0$
d) $2x^3 + 62x - 20x^2 - 60 = 0$
e) $x^3 + 12x^2 - 15x - 30 = 0$
10. Construir la ecuación con coeficientes racionales de grado mínimo que tenga como raíces los números : $1; 1 + \sqrt{2}; 3i$.
Dar como respuesta el coeficiente de su término lineal.
- a) 1 b) 5 c) 7
d) 9 e) 12
11. Si : $1-i$, es raíz de :
- $$x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 14x + 10 = 0$$
- entonces, la suma de las otras raíces es :
- a) $4 - i$ b) $3 + i$ c) $1 - 4i$
d) $1 + 2i$ e) 4
12. Hallar los valores reales a y b, de modo que : $1-i$ sea una raíz de la ecuación $x^5 + ax^3 + b = 0$.
Indicar su suma.
- a) 8 b) 6 c) 9
d) 10 e) 7

13. Sean :
 $P(x)$: el polinomio de menor grado con coeficientes racionales que tiene a : $\sqrt{3}$ y $1+i$, como raíces simples.
 $Q(x)$: el polinomio de menor grado con coeficientes reales que tiene a : $\sqrt{3}$ y $1+i$, como raíces simples.
 Luego, podemos decir :
- Grado (P) = Grado(Q)
 - Grado (P) < Grado (Q)
 - Grado (P) > Grado (Q)
 - Grado (P) = 3
 - Grado (Q) = 4
14. Si : $a^{1/3} - a^{-1/3}$ es una de las raíces de la ecuación $x^3 + 3x + c - a = 0$ entonces, el número "c" es igual a:
- 2a
 - a^{-2}
 - a^{-1}
 - $a^{-1/3}$
 - a^{-2}
15. Formar la ecuación de menor grado posible con coeficientes racionales enteros y de menor valor absoluto, tal que admita como dos de sus "ceros" : $3 - \sqrt{2}$; i.
 Indicar el término cuadrático de dicha ecuación.
- $-6x^2$
 - $8x^2$
 - $2x^2$
 - $-5x^2$
 - $4x^2$
16. Si la ecuación :

$$x^2 - 2x + 2005 = 0$$
 tiene como conjunto solución $\{\alpha; \beta\}$.
 Calcular :
- $$\left[\left(\alpha + \frac{2005}{\alpha} \right) \left(\beta + \frac{2005}{\beta} \right) \right]^{(\alpha+\beta)}$$
- 4
 - 2
 - 8
 - 16
 - 32
17. Señale el valor de verdad de las proposiciones :
- Si : $x = 1$, es una raíz de $x^3 + (m-1)x^2 + (3m-1)x - 19 = 0$, entonces, $m = 4$.
 - Si : x_0 es una raíz de $x^3 = x + 3$, entonces el valor de : $T = \frac{2x_0^3 - 5}{2x_0 + 1}$ es 1.
 - Si P es un polinomio de quinto grado con coeficientes reales que tiene como raíces a "2i" y a "i", entonces, la gráfica de P corta al eje "x" en un punto.
- VVV
 - FVV
 - VVF
 - FVF
 - FVV
18. Si : $x_1; x_2$ y x_3 son las raíces de la ecuación : $x^3 + 7x - 5 = 0$.
 Calcular : $x_1^2 - \frac{5}{x_1} + x_2^2 - \frac{5}{x_2} + x_3^2 - \frac{5}{x_3}$
- 0
 - 7
 - 14
 - 21
 - 10
19. Dada la ecuación : $\frac{2x+3}{x-1} = \frac{2+x}{x}$
 Donde " x_0 " es una solución :
 Hallar : $E = \frac{x_0^4 + 2x_0 + 6}{x_0 + 1}$
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
20. Calcular el valor de "m", sabiendo que las raíces de :

$$4x^3 - 24x^2 + mx + 18 = 0$$
 son :
- $$\begin{aligned} x_1 &= \alpha + \beta \\ x_2 &= \alpha \\ x_3 &= \alpha - \beta \end{aligned}$$
- 18
 - 21
 - 23
 - 25
 - 27
21. Si, a, b y c; son las raíces de la ecuación :

$$x^3 + x + k^2 + 1 = 0$$
 Calcular el valor de :
- $$\frac{(a+b)^3 + (b+c)^3 + (c+a)^3 + 6abc}{abc}$$
- 3
 - 3k
 - 0
 - k^2
 - 6
22. En la ecuación :

$$x^3 + ax^2 + ax + m = ax^2$$
 una raíz es el doble del negativo de la otra, luego, se cumple :
- $2a = -3m$
 - $3a = -2m$
 - $4a^3 = -27m^2$
 - $27a^3 = -4m^2$
 - $3a = 2m$
23. Si dos raíces de la ecuación :

$$2x^3 - 4x^2 + (m^2 + 1)x - m + 2 = 0$$
, suman 3.
 Indicar el valor de : $m + \frac{5}{m}$
- 2
 - 2
 - 1
 - 1
 - 0

24. Si una de las raíces de la ecuación:

$$3x^3 - 18x^2 + ax - 60 = 0 \quad (a \in \mathbb{R})$$

es la media aritmética de las otras 2.

Calcular la suma de las inversas de estas 2 raíces.

- a) $1/5$ b) $2/5$ c) $3/5$
d) $4/5$ e) 1

25. Sean x_1, x_2 y x_3 las raíces de la ecuación:

$$x^3 + 4ax + b - 2004 = 0; \quad a < 0$$

$$\text{Además: } x_2 - x_1 = x_3 - x_2.$$

Dar como respuesta una de sus raíces.

- a) 2004 b) $\sqrt{-a}$ c) $-2\sqrt{-a}$
d) $2a - 1$ e) $2\sqrt{a}$

26. Hallar la relación entre "p" y "q", para que la ecuación:

$$x^3 + 3px + q = 0; \quad pq \neq 0, \text{ tenga una raíz doble.}$$

- a) $q^3 + 2p = 0$ b) $q^3 + 4p^2 = 0$
c) $p^2 + q^3 = 0$ d) $4p^3 + p^2 = 0$
e) $q^2 + 4p^3 = 0$

27. Dado:

$$F(x) = ax^5 + (b - ac)x^4 - bcx^3 - (a - bc)x - bx^2 + ac$$

Además: $F(c) = 0$. Señalar la relación correcta para que las otras raíces sean reales.

- a) $2c = a + b$ b) $2a = b + c$ c) $2b = a + c$
d) $|b| \geq 2|a|$ e) $|a| \geq 2b$

28. Si: a, b y c; son raíces de la ecuación:

$$2x^3 - 6x^2 + 7x + 1 = 0$$

Calcular: $a^2 + b^2 + c^2$.

- a) 14 b) 30 c) 43
d) 5 e) 2

29. A partir de la ecuación polinomial:

$$x^3 - (n+3)x^2 - (n+1)x + n^2 + 1 = 0$$

Calcular el valor de "n", tal que la expresión:

$$K = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \text{ adopte su mínimo valor. Siendo:}$$

x_1, x_2, x_3 , raíces de la ecuación.

- a) -2 b) 5 c) -5
d) 3 e) -4

30. En la ecuación polinomial:

$$x^3 + (m+2)x^2 + (m^2 - 3)x + m^3 + 2 = 0$$

de raíces: x_1, x_2, x_3 .

Calcular el valor de "m", de tal manera que la

$$\text{expresión: } A = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

tenga el máximo valor.

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

31. Sean: x_1, x_2 y x_3 ; raíces de la ecuación:

$$x^3 - 5x + 7 = 0$$

Calcular el valor de:

$$E = x_1^5 + x_2^5 + x_3^5$$

- a) -155 b) -165 c) -175
d) -180 e) -200

32. Las raíces de:

$$P(x) = x^3 - kx^2 + 92x + n$$

están en la relación:

$$\frac{x_1}{1} = \frac{x_2}{3} = \frac{x_3}{5}$$

Hallar el valor de: $k + n$.

- a) 138 b) 240 c) 136
d) 156 e) 102

33. Las raíces de la ecuación: $x^3 - 3x - 1 = 0$ son, a, b, c. Calcular:

$$S = f(a) + f(b) + f(c)$$

$$\text{Siendo: } f(x) = \frac{1}{(x^3 - 1)^2}$$

- a) 1 b) 3 c) $1/3$
d) 9 e) 12

34. ¿Cuántas raíces no numéricas presenta la ecuación en "x"?

$$x^4 + (a+b)x^3 + (ab-1)x^2 - (a+b)x - ab = 0$$

- a) Ninguna. b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

35. Calcular, b-a, si: $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ es una raíz de la ecuación:

$$x^7 + ax + b = 0.$$

- a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

36. Si dos raíces de la ecuación:

$$3x^5 - Ax^4 + Bx^3 - Cx^2 + Dx - 30 = 0$$

de coeficientes racionales son:

$$\sqrt[3]{5}; 1+i$$

Calcular el valor de:

$$E = \sqrt{\left| \frac{BC - AD}{3} \right|} - 2$$

- a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) $2\sqrt{3}$
d) $2\sqrt{2}$ e) 6

37. Si "P" es un polinomio completo definido por :
 $P(x) = x^5 + \dots + 15$ y la ecuación :
 $P(x) = 0$ tiene a $\sqrt[3]{-3}$ y a $\frac{5}{2+i}$ como raíces, entonces,
 la sexta parte del resto de dividir.

$P(x)$ entre $(x^3 - 3)$ es :

- a) $x^2 - 3x + 2$ b) $x^2 - 4x - 6$
 c) $x^2 - 4x + 1$ d) $x^2 - 4x - 5$
 e) $x^2 - 4x + 5$

38. Transformar la ecuación cúbica :

$2x^3 + 3x^2 - 7x + 1 = 0$
 en otra cúbica que carezca de término cuadrático.

- a) $3x^3 - 2x + 4 = 0$ b) $48x^3 - 24x + 1 = 0$
 c) $5x^3 - 2x + 3 = 0$ d) $4x^3 - 17x + 10 = 0$
 e) $3x^2 - 2x - 4 = 0$

39. ¿Qué valor debe asumir "n" para que las raíces de la ecuación : $x^4 - nx^2 + 9 = 0$; se diferencien en una constante "K" ?

- a) ± 10 b) ± 11 c) ± 12
 d) ± 13 e) ± 14

40. Hallar los valores de " α ", para que la ecuación :

$x^4 + (1 - \alpha)x^2 + (2\alpha - 6) = 0$
 tenga sólo 2 raíces reales, dar como respuesta el mayor valor entero negativo que asume " α ".

- a) -4 b) -3 c) -8
 d) -1 e) -2

41. Determinar el coeficiente "a", de tal modo que el número (-1) sea una raíz múltiple de orden no inferior a 2 del polinomio.

$$f(x) = x^5 - ax^2 - ax + 1$$

- a) 5 b) 6 c) -5
 d) -6 e) 4

42. Sabiendo que :

$$\begin{aligned} a^3 + ma + n &= 0 \\ b^3 + mb + n &= 0 \\ c^3 + mc + n &= 0 \end{aligned}$$

Calcular el valor de :

$$\frac{(a-b)^2(b-c)^2(c-a)^2}{\left(\frac{m}{3}\right)^3 + \left(\frac{n}{2}\right)^2}$$

- a) -4 b) -27 c) -54
 d) -12 e) -108

43. Si el conjunto solución de la ecuación :
 $5x^3 + 3x^2 + 5 = 0$; es $\{a; b; c\}$.
 entonces, el valor de :

$$\frac{ab(a^2b^2 - 1) + bc(b^2c^2 - 1) + ca(c^2a^2 - 1) + 5a^3 + 3a^2}{abc}$$

- a) -2 b) 2 c) 1
 d) -1 e) 0

44. Calcular la suma de los valores que admite "a", para que la ecuación :

$$x^3 + (1 - a)x^2 + (7 - 2a)x + 18 = 0$$

admita dos soluciones.

- a) -2 b) -9,5 c) 7,5
 d) 2 e) 13,5

45. Si la ecuación :
 $6x^4 - x^3 + ax^2 - bx + 2 = 0$; admite dos raíces imaginarias conjugadas :
 $m + ni$; $m - ni$; tal que la suma es 3 y dos raíces racionales.
 Calcular la suma de las raíces racionales.

- a) 1 b) 5/6 c) 1/3
 d) -1 e) -17/6

46. En la ecuación polinomial :

$$x^3 + 2x^2 + bx - 4 = 0$$

el cuadrado de la única raíz positiva es igual a la diferencia de los cuadrados de las otras dos.
 Señalar dicha raíz.

- a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{2}$ c) 2
 d) 3 e) 5

47. Indicar una raíz de la ecuación :

$$x^3 + 3ax^2 + 3(a^2 - bc)x + a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

siendo : $a, b, c, \in \mathbb{R}$.

- a) $a + b + c$ b) $a - b + c$ c) $a + b - c$
 d) $-a + b - c$ e) $-a - b - c$

48. ¿Cuál es la relación que deberá existir entre a, b y c; para que las ecuaciones :
 $ax^5 + bx + c = 0$; $cx^5 + bx + a = 0$;
 $a \neq c$, tengan sólo una raíz común?

- a) $(a + b)^5 - c^5$
 b) $(a - b)^5 c^5 + b^5 = 0$
 c) $(a + b)^5 + c^5 = 0$
 d) $(a + c)^5 - b^5 = 0$
 e) $(a + c)^5 + b^5 = 0$

49. Si las ecuaciones :

$$ax^3 + 3bx^2 + c = 0$$

$$bx^3 + 3cx + d = 0$$

tienen una sola raíz común, calcular : $\frac{(ad - 4bc)^3}{(ac^2 + b^2d)^2}$

- a) 9 b) 12 c) 27
d) 32 e) 36

50. Hallar las raíces r_1, r_2, r_3 , y r_4 de la ecuación :

$$4x^4 - ax^3 + bx^2 - cx + 5 = 0$$

sabiendo que son reales, positivas y que:

$$\frac{r_1}{2} + \frac{r_2}{4} + \frac{r_3}{5} + \frac{r_4}{8} = 1$$

Señalar la suma de dichas raíces :

- a) 19/4 b) 17/4 c) 21/4
d) 13/4 e) 15/4

51. Si las raíces : x_1, x_2, x_3, x_4 , de la siguiente ecuación:

$$x^4 + mx^3 + nx^2 + px + 864 = 0$$

son reales y positivas; además :

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 48$$

Dar como respuesta la suma de raíces.

- a) 3 b) 9 c) 17
d) 25 e) 36

52. Sean : a y b dos números reales para los cuales, la ecuación : $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$ tiene al menos una solución real. Para todos los pares (a; b), encontrar el máximo valor de : $(a^2 + b^2)$.

- a) 3/4 b) 4/5 c) 7/8
d) 1/2 e) 2/3

53. Indicar la suma de las raíces no imaginarias, de la siguiente ecuación :

$$x^6 - 18\sqrt{2}x^3 + 64 = 0$$

- a) $\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{2}$ c) $3\sqrt{2}$
d) $4\sqrt{2}$ e) $5\sqrt{2}$

54. ¿Cuántas raíces reales tiene la ecuación?

$$x^4 - 2x - 1 = 0$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) Ninguna.

55. Dada la ecuación :

$$\alpha x^5 + \beta x^4 + \gamma x^3 + \beta x^2 + \alpha x = 0$$

Calcular la suma de sus raíces, si dos de ellas son "m" y "n", $m \neq n$.

Siendo, además : $m + n = -m \cdot n = 10$.

- a) 0 b) 3 c) 8
d) 1 e) 2

56. Dada la ecuación :

$$x^{15} + 2x + a = 0; a > 0$$

Se afirma :

- I. Tiene dos raíces reales.
II. Tiene raíz negativa.
III. No tiene raíces reales.

Se concluye :

- a) FFF b) VVV c) FVF
d) VVF e) FFV

57. Si : $\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3; \dots; \alpha_n$ son las raíces de la ecuación polinomial.

$$x^n - 2x^2 + 3x + 1 = 0$$

Proporcionar un valor de :

$$t = \prod_{k=1}^n (\alpha_k - 2)$$

- a) - 1 b) $2n - 3$ c) $2n + 3$
d) $2^n - 1$ e) $2^n + 1$

58. Sea la ecuación polinomial :

$$3x^{125} - 2x^{100} + 4x^{75} - 2 = 0$$

Determinar el valor de :

$$S_{25} + S_{50} + S_{125}$$

Si : S_m es la suma de todas las multiplicaciones de las raíces tomadas de "m" en "m".

- a) 1/3 b) 0 c) 8/3
d) 4/3 e) 7/3

59. Si el polinomio :

$$P(x) = x^3 + ax^2 + x + 2 \text{ es divisible por } (x + 2).$$

Entonces, el producto de las raíces racionales de la ecuación : $P(2x^3 + 2 - P(x)) = 0$ es :

- a) 0 b) 5 c) - 2
d) - 3 e) 2

60. Sea "P" una función polinomial definida por :

$P(x) = -2x^7 - ax^5 + bx^3 + 1$, donde "a" entero positivo y "b" entero negativo. Entonces, indicar el valor de verdad de las siguientes proposiciones :

- I. Una raíz de ecuación : $P(x) = 0$ es 1/3.
II. La ecuación $P(x) = 0$ tiene una sola raíz real.
III. Si : $x_1 < x_2$, entonces : $P(x_1) < P(x_2)$

- a) VFV b) VVV c) VVF
d) FVF e) FFV

Claves

01.	a
02.	c
03.	c
04.	a
05.	d
06.	c
07.	d
08.	a
09.	b
10.	d
11.	b
12.	d
13.	c
14.	c
15.	b
16.	d
17.	b
18.	d
19.	b
20.	c
21.	a
22.	c
23.	c
24.	b
25.	c
26.	e
27.	d
28.	e
29.	e
30.	b

31.	c
32.	a
33.	d
34.	c
35.	c
36.	d
37.	e
38.	d
39.	a
40.	d
41.	c
42.	e
43.	b
44.	a
45.	e
46.	b
47.	e
48.	e
49.	c
50.	a
51.	d
52.	b
53.	c
54.	b
55.	c
56.	c
57.	d
58.	c
59.	c
60.	d