Capítulo

18

FRACCIONES

El cálculo con fracciones sencillas para efectos fiscales debía ser frecuente. De igual manera, aparecían en el momento de describir las donaciones que debían efectuarse en los templos y su posible reparto con la particularidad de que encerraban la realización de algunas operaciones aritméticas. Un ejemplo de esto se encuentra en la estela Cairo JE 66285 en la que el faraón Sheshonk I (945-924) detalla las donaciones efectuadas para el culto funerario de su padre Nemrod.
Algunas de las actividades frecuentes consistían en la erección de monumentos, construcción de templos, canales de riego, expediciones comerciales. Todo ello implicaba el alistamiento de campesinos en distintos puntos de Egipto, su traslado, alojamiento y manutención, labores que corrían a cargo de los escribas.
Para calcular el volumen de piedra necesario para determinada tarea, se multiplican las dimensiones, longitud, anchura y grosor y, finalmente, por el número de unidades para llegar al volumen final de piedra. Sin embargo, cuando las medidas se realizaban en fracciones de codo, tal como sucede en las líneas restantes, ello obligaba a la multiplicación de enteros por fracciones y de fracciones entre sí.

INTRODUCCIÓN

Ya hemos visto en división exacta para números enteros, la condición necesaria para que el dividendo sea múltiplo del divisor. Pero en el caso de existir divisiones como: $(11)\div(-5)$, los matemáticos trataron de solucionarlas creando una nueva clase de números, llamados números fraccionarios.
Nuestra escritura decimal es consecuencia directa de la utilización de las fracciones decimales (denominador potencia de 10) cuyo defensor fue Francois Viete (1540-1603), aunque fue Simón Stevin quien en 1585 explicó con todo detalle y de manera muy elemental la utilización de las fracciones decimales.
En 1616, en una obra del escocés John Napier, los números decimales aparecen tal como lo escribimos hoy, con punto decimal para separar la parte entera de la decimal, aunque en algunos países la coma se sustituye por el punto.

NÚMERO RACIONAL

Es aquel número que puede expresarse como: $\frac{a}{b}$ donde $a \in Z \;\wedge\; b \in Z^*$.
El conjunto de los números racionales se denota con la letra Q.

$$Q=\left\{\frac{a}{b} / a \in Z \;\wedge\; b \in Z^*\right\};\; Z^*=Z-\{0\}$$

Ejemplos: $\frac{4}{3};\ \frac{7}{-3};\ \frac{12}{6},\ \frac{0}{4};\ \frac{16}{10};\ .....$

Ejercicio: Demuestre que $\sqrt{3}$ no es racional.

NÚMERO FRACCIONARIO

Es aquel número racional que no es entero.

Ejemplos:

$$\frac{2}{5};\ \frac{-3}{4};\ \frac{1}{7};\ \frac{23}{-2};\ ......$$

FRACCIÓN

Una fracción es un número fraccionario de <u>términos positivos</u>.

Ejemplos:

$$\frac{2}{5};\ \frac{7}{9};\ \frac{4}{8};\ ......$$

CLASIFICACIÓN DE LAS FRACCIONES

Sea la fracción $f = \dfrac{A}{B}$ $(B \neq 0)$

Recuerde A y B $\in Z^{+}$

I. Por la comparación de sus términos:

a) Propia: $\dfrac{A}{B}$ es propia $\leftrightarrow$ A < B

Su valor es menor que la unidad

Ejemplos:

$$\frac{3}{5};\ \frac{7}{1000};\ \frac{1}{2597}$$

b) Impropia: $\dfrac{A}{B}$ es impropia $\leftrightarrow$ A > B

Su valor es mayor que la unidad.

Ejemplos:

$$\frac{5}{2};\ \frac{8}{3};\ \frac{125}{7}$$

Observación:

Una fracción impropia $\dfrac{A}{B}$ puede convertirse a número mixto efectuando la división entera:

$$\begin{array}{l|l} A & B \\ \cline{2-2} r & q \end{array} \Rightarrow \text{La número mixto es : } q\frac{r}{B}$$

Ejemplo:

$$\frac{15}{7} \text{ es } 2\frac{1}{7}$$

Porque : $\begin{array}{l|l} 15 & 7 \\ \cline{2-2} 1 & 2 \end{array}$

Toda número mixto $q\dfrac{r}{B}$ se puede expresar como : $q + \dfrac{r}{B}$

$$\boxed{q\frac{r}{B} = q + \frac{r}{B}}$$

II. Por su denominador:

a) Decimal: Cuando el denominador es una potencia de 10.

Ejemplos:

$$\frac{1}{100};\ \frac{3}{10};\ \frac{8}{1000}$$

b) Ordinaria: Cuando el denominador no es una potencia de 10.

Ejemplos:

$$\frac{3}{7};\ \frac{4}{6};\ \frac{5}{2}$$

III. Por grupos de fracciones:

a) Homogéneas: Cuando todas las fracciones de un grupo tienen el mismo denominador.

Ejemplo:

Las fracciones $\dfrac{5}{7}$; $\dfrac{9}{7}$; $\dfrac{11}{7}$ son homogéneas

b) Heterogéneas: Cuando todas las fracciones de un grupo no tienen el mismo denominador.

Ejemplos:

$$\frac{5}{8};\ \frac{7}{4};\ \frac{5}{6}$$

IV. Por los divisores comunes de sus términos:

a) Reductibles: $\dfrac{A}{B}$ es reductible $\leftrightarrow$ A y B no son PESI.

Ejemplos:

$$\frac{20}{12};\ \frac{15}{75};\ \frac{80}{30}$$

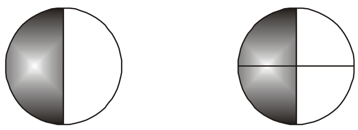
b) Irreductible: $\dfrac{A}{B}$ es irreductible $\leftrightarrow$ A y B son PESI.

Ejemplos:

$$\frac{7}{5};\ \frac{6}{11};\ \frac{12}{25}$$

FRACCIONES EQUIVALENTES

Son aquellas fracciones que tienen el mismo valor; por ejemplo:



$$\frac{1}{2} \quad < \quad > \quad \frac{2}{4}$$

Simplificación de una fracción

Sea $f = \dfrac{A}{B}$ ***¡Simplificar!***

Bueno, primero calculemos al M.C.D. de A y B entonces:

$$f_I = \frac{\dfrac{A}{M.C.D.(A,B)}}{\dfrac{B}{M.C.D.(A,B)}} = \frac{b}{q} > \text{PESI}$$

Ampliación de una fracción

Sea $f=\frac{p}{q}$ irreductible, la fracción equivalente se obtiene:

$f_e=\frac{pK}{qK}$ con $K\in Z^+$

Ejercicio: Obtener las fracciones equivalentes a $\frac{559}{731}$, cuyos términos son menores que 1000.

PROPIEDADES

1. Si a ambos términos de una fracción propia se le agrega una misma cantidad positiva, la fracción resultante es mayor que la original.

2. Si a ambos términos de una fracción impropia se le agrega una misma cantidad positiva, la fracción resultante es menor que la original.

3. Sea $f_1=\frac{a}{b}$ y $f_2=\frac{c}{d}$ entonces:

i) $f_1>f_2 \leftrightarrow a\cdot d>b\cdot c$

ii) $f_1<f_2 \leftrightarrow a\cdot d<b\cdot c$

$\forall\, a, b, c$ y $d\in Z^+$

4. Si la suma de dos fracciones irreductibles resulta un número entero, entonces sus denominadores son iguales.

¡Demuestre cada una de las propiedades!

FRACCIONES CONTINUAS

Una expresión de la forma:

$a+\cfrac{b}{c+\cfrac{d}{e+.....}}$ se denomina fracción continua.

FRACCIÓN CONTINUA SIMPLE: Es aquella fracción continua de la forma:

$$a_1+\cfrac{1}{a_2+\cfrac{1}{a_3+......}}$$

La cual representaremos como:

$$[a_1\ ;\ a_2\ ;\ a_3\ ;\ ....]$$

Ejemplo:

$2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5}}}$ se representa [2 ; 3 ; 4 ; 5].

M.C.D. y M.C.M. para fracciones

Sean $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{f}$ fracciones irreductibles.

I. $M.C.D.=\frac{M.C.D.(a, c, e)}{M.C.M.(b, d, f)}$

II. $M.C.M.=\frac{M.C.M.(a, c, e)}{M.C.D.(b, d, f)}$

Ejemplo : Encuentre el M.C.D. y el M.C.M. de $\frac{27}{35}$, $\frac{12}{25}$, $\frac{18}{50}$

NÚMEROS DECIMALES

Números decimales es la expresión en forma lineal de una fracción, que se obtiene dividiendo el numerador entre el denominador de una fracción irreductible.
Así, tenemos:

* $\frac{4}{5}=0{,}8$ * $\frac{2}{3}=0{,}666....$
* $\frac{7}{6}=1{,}1666....$

CLASES DE NÚMEROS DECIMALES

Los números decimales se clasifican en 2 grandes grupos: números decimales limitados o exactos, e ilimitados o inexactos.

$$\text{Número Decimal}\begin{cases}\text{Dec. Exacto}\\ \text{Dec. Inexacto}\begin{cases}\text{Periódico Puro}\\ \text{Periódico Mixto}\end{cases}\end{cases}$$

a) Decimal Exacto

Si el número tiene una cantidad limitada de cifras decimales.

Ejemplos:

1) 0,28 2) 1,375 3) 0,225

Origen: Una fracción irreductible dará origen a un decimal exacto cuando el denominador esté conformado por sólo factores 2, factores 5 o ambos.

Obs.: El número de cifras decimales de un decimal exacto estará dado por el mayor exponente de 2 ó 5 que tenga el denomina-dor de la fracción irreductible.

Ejemplos:
De las fracciones anteriores notamos que son fracciones irreductibles y además generan:

* $\frac{7}{25}=\frac{7}{5^2}=0{,}28$ (2 cifras decimales)
* $\frac{11}{8}=\frac{11}{2^3}=1{,}375$ (3 cifras decimales)
* $\frac{9}{40}=\frac{9}{5\cdot 2^3}=0{,}255$ (3 cifras decimales)

Conversión de decimal exacto a fracción:

Fracción Generatriz
La fracción generatriz de un decimal exacto será igual al número formado por las cifras decimales, dividida entre la unidad, seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el número decimal.

Ejemplo:

$$\boxed{0{,}abcd=\frac{\overline{abcd}}{10000}}$$

b) Decimal Inexacto
Son números decimales inexactos aquellos que tienen una cantidad de cifras decimales ilimitada.

b.1 D. I. Periódico Puro: Se dice que es Periódico Puro cuando la parte decimal consta de una cifra o un grupo de cifras que se repetirá indefinidamente (a estas cifras que se repiten se les denomina periodo) y se las indica con un arco encima.

Origen: Una fracción irreductible originará un decimal Periódico Puro cuando el denominador sea diferente de un múltiplo de 2 y/o múltiplo de 5.

Ejemplos

* $\frac{2}{3}=0{,}666...=0{,}\overset{\frown}{6}$
* $\frac{10}{11}=0{,}9090...=0{,}\overset{\frown}{90}$
* $\frac{35}{27}=1{,}296296...=1{,}\overset{\frown}{296}$

El número de cifras del periodo está dado por la cantidad de cifras del menor número formado por cifras 9 que contengan exactamente al denominador de la fracción generatriz.

Ejemplos:

$\frac{2}{3}=0{,}\overset{\frown}{6}$ $\begin{cases}\text{Al denominado r lo contiene "9"}\\ \text{(un nueve, entonces tiene una}\\ \text{cifra en el periodo).}\end{cases}$

$\frac{10}{11}=0{,}\overset{\frown}{90}$ $\begin{cases}\text{Al denominado r lo contiene "99"}\\ \text{(dos nueves), entonces el periodo}\\ \text{tiene dos cifras.}\end{cases}$

Descomposición Canónica de los números de cifras 9
Para un fácil manejo del cálculo del número de cifras de un decimal periódico puro, es recomendable recordar la siguiente tabla:

$$\begin{aligned}9&=3^2\\99&=3^2\cdot 11\\999&=3^3\cdot 37=27\cdot 37\\9999&=3^2\cdot 11\cdot 101\\99999&=3^2\cdot 41\cdot 271\\999999&=3^2\cdot 7\cdot 11\cdot 13\cdot 37\end{aligned}$$

Conversión de D.I. Periódico Puro a fracción:

Fracción Generatriz
La fracción generatriz de un D.I. Periódico Puro está dado por el número formado por las cifras del periodo, dividido entre tantos nueves como cifras tenga el periodo.

Sea: $0,\overset{\frown}{abc}$ entonces :

$$\boxed{0,\overset{\frown}{abc}=\frac{\overline{abc}}{999}}$$

b.2. D. I. Periodo Mixto: Una expresión decimal es periódica mixta cuando después de la coma decimal el periodo se inicia después de una cifra o grupos de cifras. Al grupo inicial anterior al periodo se le llama parte no periódica.

Ejemplos:

* $0{,}8333...=0{,}8\overset{\frown}{3}$
* $1{,}59090...=1{,}5\overset{\frown}{90}$

Origen: Una fracción irreductible dará origen a un decimal inexacto periódico mixto cuando al descomponer el denominador en sus factores primos se encuentran potencias de 2 y/o 5 y además, algún otro factor necesariamente diferente:

Ejemplos:

* $\frac{7}{44}=\frac{7}{2^2\times 11}=0{,}590590....=0{,}1\overset{\frown}{590}$
* $\frac{95}{148}=\frac{95}{2^2\times 37}=0{,}64189189...=0{,}64\overset{\frown}{189}$

La cantidad de cifras no periódicas del decimal inexacto periódico mixto está dado por la regla para el número de cifras decimales de un decimal exacto, y el número de cifras del periodo está dado por la regla del número de cifras de un D.I. Periódico Puro.

Ejemplos:

$$\frac{95}{148} = \frac{95}{2^2 \times 37} = 0,64\overset{\frown}{189}$$

El denominador, el exponente del factor 2 que es "2" genera 2 cifras no periódicas y el factor 37 está contenido por 999 (tres "9") por lo que genera 3 cifras periódicas.

Conversión de un D.I. Periódico Mixto a fracción:

Fracción Generatriz

La fracción generatriz de un D.I.P. Mixto estará dado por el número formado por la parte no periódica, seguida de la parte periódica, menos la parte no periódica, todo entre el número formado por tantos nueves como cifras tenga el periodo, seguido de tantos ceros como cifras tengan la parte no periódica.

Ejemplo:

0,29545454...

$$0,\underbrace{29}_{\text{Dos ceros}}\underbrace{\overset{\frown}{54}}_{\text{Dos nueves}} = \frac{2954 - 29}{9900} = \frac{2925}{9900} = \frac{13}{44}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Si gasté los $\frac{2}{3}$ de lo que no gasté, entonces lo que no gasté representa:

a) $\frac{3}{5}$ de mi dinero.
b) $\frac{3}{2}$ de mi dinero.
c) $\frac{1}{3}$ de mi dinero.
d) $\frac{2}{5}$ de mi dinero.
e) $\frac{4}{5}$ de mi dinero.

02. Un niño tiene 100 soles ahorrados. Con la cuarta parte compra un juguete; con la tercera parte del resto compra lapiceros, y con la mitad que le queda compra fruta. Los ahorros iniciales se han reducido a:

a) S/. 10 b) S/. 5 c) S/. 25
d) S/. 20 e) S/. 15

03. Al preguntársele a un postulante qué parte del examen ha contestado, éste responde: he contestado los $\frac{4}{5}$ de lo que no contesté.
¿Qué parte del examen ha contestado?

a) $\frac{5}{9}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{9}$
d) $\frac{4}{9}$ e) $\frac{2}{5}$

04. Si los $\frac{4}{7}$ de los alumnos de un salón de clase no exceden los 12 años de edad y 15 alumnos son mayores de 12.
¿Cuántos alumnos tiene el salón?

a) 21 b) 23
c) El problema no tiene solución
d) 35 e) 26

05. ¿Qué parte de $\frac{4}{9}$ es la mitad del triple de $\frac{5}{6}$?

a) $\frac{5}{9}$ b) $\frac{9}{5}$ c) $\frac{45}{16}$
d) $\frac{16}{45}$ e) $\frac{5}{4}$

06. Una pelota rebota $\frac{1}{3}$ de la altura desde la cual es lanzada. Si parte de 18 de altura, entonces la distancia total recorrida hasta detenerse es:

a) 24 b) 38 c) 36
d) 27 e) 30

07. De una piscina se sacan 40 litros, si había $\frac{2}{3}$ y quedan $\frac{3}{5}$. ¿Cuántos litros se necesitarán para terminar de llenar la piscina?

a) 350 b) 310 c) 500
d) 420 e) 240

08. Juan y César tienen cada uno un cierto número de soles. Si César da 18 soles a Juan, tendrán ambos igual cantidad; si por el contrario, Juan da $\frac{5}{7}$ de su dinero a César, el número de soles de éste queda aumentado en $\frac{5}{9}$. ¿Cuántos soles tienen cada uno?

a) 130 y 150 b) 128 y 160
c) 130 y 158 d) 126 y 162
e) 124 y 164

09. Un postulante afirma que de los S/. 140 de propina que le dio su madre gastó las $\frac{3}{4}$ partes de lo que no gastó. ¿Cuánto le quedaría si gasta la cuarta parte de lo que queda?

a) 105 b) 35 c) 60
d) 80 e) 70

10. De un cilindro lleno de agua, se extrae la quinta parte. ¿Qué fracción del resto se debe sacar para que quede solo $\frac{6}{10}$ de su capacidad inicial?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{10}$ c) $\frac{2}{10}$
d) $\frac{4}{10}$ e) $\frac{3}{5}$

11. De un tonel lleno de vino puro se utiliza la tercera parte. Luego se le llena de agua. Más tarde se vende la quinta parte y se le vuelve a llenar de agua. Finalmente, se vende la mitad.
¿Qué cantidad de vino puro queda aún en el tonel?

a) $\frac{2}{15}$ b) $\frac{4}{15}$ c) $\frac{3}{15}$
d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{2}{3}$

12. Un apostador en su primer juego pierde un tercio de su dinero, vuelve a apostar y pierde los $\frac{4}{7}$ del resto.
¿Qué fracción del dinero que tenía originalmente le ha quedado?

a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{14}{15}$ c) $\frac{2}{7}$
d) $\frac{4}{35}$ e) $\frac{8}{35}$

13. Si "a" varía entre 4 y 40 y "b" varía entre 5 y 12, entonces $\frac{a}{b}$ varía entre:

a) $\frac{1}{8}$ y 3 b) 2,4 y 10 c) 0,8 y $\frac{10}{3}$
d) 3 y 8 e) $\frac{1}{3}$ y 8

14. Efectuar y simplificar:

$$E = \left(\sqrt{2,333...} + \sqrt{0,58333...}\right)^2$$

a) $\frac{21}{2}$ b) $\frac{21}{4}$ c) $\frac{7}{2}$
d) $\frac{14}{3}$ e) $\frac{21}{8}$

15. Al desarrollar el producto:

$$P = \left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3^2}\right)\left(1+\frac{1}{3^4}\right)...\left(1+\frac{1}{3^{2^n}}\right)$$

Se obtiene:

a) $P = 1 - \frac{1}{3^{2^{n+1}}}$
b) $P = 1 + 3^{2^{n+1}}$
c) $P = \frac{3}{2}\left(1 - \frac{1}{3^{2^{n+1}}}\right)$
d) $P = \frac{2}{3}\left(1 + \frac{1}{3^{2^{n+1}}}\right)$
e) $P = \frac{3}{2}\left(1 + \frac{1}{3^{2^{n+1}}}\right)$

16. La suma del numerador y del denominador de la fracción equivalente a:

$$\left(\sqrt{0,91666...} + \sqrt{3,666...}\right)^2$$

es:

a) 35 b) 33 c) 37
d) 36 e) 38

17. ¿Cuál es el numerador de la fracción equivalente a $\frac{3}{13}$ tal que la suma de sus dos términos es a 480?

a) 90 b) 30 c) 60
d) 80 e) 70

18. La suma de un número y dos veces su inversa es 8,25. ¿De qué número se trata?

a) 2 b) 3 c) 4
d) 0,75 e) 8

19. Una fracción se divide por su inversa y da por resultado: $\frac{289}{529}$. La suma de los términos de la fracción será:

a) 30 b) 35 c) 40
d) 45 e) 50

20. Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son dos fracciones irreductibles tales que su suma es un número entero, entonces podemos afirmar que:

a) a = c b) b = d c) a = d
d) b = c e) a = b

21. Dar (a + b) en : $0,\widehat{ab} + 0,\widehat{ba} = 1,\widehat{4}$

a) 12 b) 13 c) 14
d) 15 e) 16

22. Al escribir la fracción $\frac{98}{23\times 89}$ en la forma $a+\frac{b}{23}+\frac{c}{89}$, siendo a, b, c enteros tales que $1\le b<23$, $1\le c<89$. Entonces la suma de los numeradores es:

a) 30 b) 31 c) 32
d) 33 e) 34

23. Si la diez milésima parte de x es $\frac{1}{y}$, entonces la décima parte de $\sqrt{xy}$ es:

a) 10^2 b) 10 c) 10^{-1}
d) 1 e) 10^{-2}

24. Hallar 2 fracciones que tengan por numerador la unidad, por denominadores dos números naturales consecutivos, tales que entre ellos se encuentre la fracción $\frac{5}{39}$.

a) $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{11}$
c) $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{7}$ d) $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$
e) $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{8}$

25. Al repartir la fracción decimal 0,5252.... en dos partes proporcionales a $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{2}$; una de las partes es :

a) $\frac{7}{9}$ b) $\frac{7}{13}$ c) $\frac{6}{13}$
d) $\frac{4}{11}$ e) $\frac{8}{33}$

26. Sea $\frac{a}{b}=2{,}5252525$, donde a, b son números primos entre sí.
Entonces la <u>suma</u> <u>de</u> <u>las</u> <u>cifras</u> de a, más las cifras de b, es:

a) 4 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

27. Se tiene dos números consecutivos cuya suma es igual a la cuarta parte del primero, más los cinco tercios del segundo.
El consecutivo de la suma de los dos números es:

a) 18 b) 17 c) 19
d) 20 e) 21

28. Simplificar:

$$x=\frac{0,\overline{2}+0,\overline{3}+......+0,\overline{7}}{0,3\overline{2}+0,4\overline{3}+......+0,8\overline{7}}$$

a) $0,8\overline{3}$ b) $\frac{90}{119}$ c) $\frac{119}{450}$
d) $\frac{30}{357}$ e) 0,98

29. Si "a" y "b" son números naturales, hallar la suma de todos los valores posibles de "a" de modo que:

$$\frac{a}{9}+\frac{b}{5}=3{,}066....$$

a) 7 b) 21 c) 30
d) 15 e) 45

30. Reducir la expresión:

$$P=\frac{2\left(1{,}1+\sqrt{0{,}21}\right)^{\frac{3}{2}}\left(1{,}1-\sqrt{0{,}21}\right)^{\frac{3}{2}}}{3,\overline{9}}$$

a) $\sqrt{0{,}5}$ b) $\sqrt{1{,}21}$ c) 0,5
d) 1,21 e) 0,21

31. Encontrar el número racional entre $\frac{2}{13}$ y $\frac{41}{52}$ cuya distancia al primero sea el doble de la distancia al segundo.

a) $\frac{11}{52}$ b) $\frac{19}{52}$ c) $\frac{49}{104}$
d) $\frac{15}{26}$ e) $\frac{9}{13}$

32. Si a dos términos de una fracción ordinaria reducida a su más simple expresión se le suma el cuádruple del denominador y al resultado se le resta la fracción, resulta la misma fracción.
¿Cuál es la fracción original?

a) $\frac{4}{7}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{4}{9}$ e) $\frac{2}{3}$

33. Considere las fracciones ordinarias equivalentes a $1,041\overset{\frown}{6}$. Hallar el denominador de la fracción de menores términos tal que la suma de los mismos sea un múltiplo de 42 comprendido entre 250 y 600.

a) 18 b) 24 c) 72
d) 144 e) 288

34. ¿Cuál es el menor número racional mayor que $\frac{5}{12}$ tal que al sumar n veces el denominador al numerador y n veces el numerador al denominador, se obtiene como nuevo número 2?

a) $\frac{6}{13}$ b) $\frac{8}{15}$ c) $\frac{9}{16}$
d) $\frac{10}{17}$ e) $\frac{8}{19}$

35. ¿Cuántas cifras tiene el periodo de $f=\frac{17}{707}$?

a) 6 b) 4 c) 3
d) 12 e) 24

36. ¿Cuántas cifras el periodo de $f=\frac{41}{7^3\times 11^2}$?

a) 3234 b) 60 c) 12
d) 864 e) 686

37. Determine la cantidad de cifras no periódicas de $f=\frac{25600}{64!-32!}$.

a) 20 b) 21 c) 22
d) 23 e) 24

38. Se tiene la siguiente fracción:

$$f=\frac{400(2^{16}+2^{15}+....+2^2+2+1)}{5^{313}(2^2+2+1)}$$

¿En qué cifra termina su desarrollo?

a) 4 b) 2 c) 3
d) 1 e) 5

39. ¿Cuál será la última cifra del período de $\left(\frac{1}{3}\right)^{19}$?

a) 9 b) 6 c) 7
d) 1 e) 3

40. Hallar la última cifra del desarrollo decimal de:

$$f=\frac{4000\times 2^{17}}{5^{313}\times 8}$$

a) 2 b) 4 c) 5
d) 8 e) 6

41. Si a un número racional $\frac{A}{B}$, menor que 1, se le aumenta una unidad, el numerador queda aumentado en 6 unidades. Si el numerador y el denominador difieren en una unidad.

Calcular el número $\frac{A}{B}$.

a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{6}{7}$ c) $\frac{5}{6}$
d) $\frac{7}{6}$ e) $\frac{4}{5}$

42. Halle la suma de términos del periodo de la fracción continua de $\frac{8+\sqrt{24}}{4}$.

a) 1 b) 2 c) 4
d) 5 e) 6

43. En un triángulo ABC, recto en B, se sabe que

$BC=\left[2;\overline{1;4}\right]$; $AB=\left[1;\overline{1;2}\right]$.

Hallar la hipotenusa.

a) $\left[2;\overline{3;6}\right]$ b) $\left[2;\overline{3;4}\right]$
c) $\left[3;\overline{1;6}\right]$ d) $\left[3;\overline{2;6}\right]$
e) $\left[3;\overline{3;6}\right]$

44. Se reparte una cantidad de dinero entre cierto número de personas. La primera recibe S/. 100 y $\frac{1}{12}$ del resto, la segunda S/. 200 y $\frac{1}{12}$ del resto y la tercera S/. 300 y

$\frac{1}{12}$ del resto, y así sucesivamente. De esta manera, todos ellos han recibido la misma suma y se ha repartido la cantidad íntegra.
Hallar el número de personas.

a) 12 b) 9 c) 11
d) 13 e) 15

45. Un comerciante tenía una determinada suma de dinero. El primer año gastó 100 pesos y aumentó a lo que quedaba un tercio de este resto. Al año siguiente volvió a gastar 100 pesos y aumentó a la cantidad restante un tercio de ella. El tercer año gastó de nuevo 100 pesos y agregó la tercera parte de lo que quedaba. Si el capital resultante es el doble del inicial, ¿Cuál fue el capital inicial?

a) 1480 b) 1500 c) 1400
d) 2380 e) 2000

46. Si : $n \in Z^+$ $(Z^+ = \{1;2;3;4;....;n\})$

Calcular el valor de:

$$E = \sqrt{\frac{\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)...}{\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)...}}$$

$$\overline{\frac{......\left(1-\frac{1}{n}\right)......+......+n+n-2}{......\left(1+\frac{1}{n}\right)......+......+n(n+1)}}$$

a) n b) $n(n+1)$ c) 1
d) 2 e) n + 1

47. Al analizar una fracción el denominador es menor en una unidad que el cuadrado del numerador.
Si al numerador y denominador:

a) Se le restan 3 unidades, la fracción sigue positiva, pero menor que $\frac{1}{10}$.

b) Se le agregan 2 unidades, el valor de la fracción será mayor que $\frac{1}{3}$.

Hallar el valor del numerador.

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

48. Varios industriales se asocian para la explotación de una patente, el primero cede su explotación con la condición de percibir el 30% del beneficio. El segundo aporta $\frac{5}{24}$ de los fondos necesarios. El tercero pone 4000 unidades monetarias menos, pero realizará funciones de gerente mediante una remuneración suplementa-ria del 10% de los beneficios. El cuarto ingresa 4000 unidades monetarias menos que el tercero, y así sucesivamente hasta el último. Si las aportaciones hubieran sido iguales a la más elevada, el total del capital disponible aumentaría en $\frac{1}{4}$ de su valor.
¿Cuánto aportó el cuarto socio?

a) 50000 b) 4000 c) 42000
d) 38000 e) 44000

49. $(0,ab)_4$ y $(0,ac)_6$, escritos en base 4 y 6 respectivamente, representan al número racional irreductible. $\frac{p}{q} \neq 0$

Calcular: a + b + c + p + q

a) 9 b) 11 c) 13
d) 14 e) 15

50. Dados los números:

$$0,a\overset{\frown}{b} = \frac{b-5}{6} \quad y \quad 0,b\overset{\frown}{a} = \frac{5a+6}{18}$$

Hallar la tercera cifra decimal que resulta al sumarlos.

a) 3 b) 6 c) 5
d) 4 e) 7

51. Si: $(0,aaa..)(0,(2a)(2a)(2a)..) = \frac{\overline{(a-2)(a+5)}}{(a+5)(a-2)}$.

Hallar la suma de los términos de la fracción generatriz que da origen a la fracción decimal periódica pura:

$$0,(a+1)\ (a+2)\ (a+1)\ (a+2)\ ...$$

a) 20 b) 12 c) 22
d) 16 e) 24

52. Sea a, b, c, d, e $\in Z^{+}$; además:

$$\frac{105}{38}=a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{c+\cfrac{1}{d+\cfrac{1}{e}}}}$$

Calcular la suma de la cantidad de cifras no periódicas y periódicas que origina la fración:

$$\frac{\overline{de}}{\overline{b(3c)ba}}$$

a) 5 b) 7 c) 9
d) 10 e) 12

53. Calcular la suma de los infinitos términos dados:

$$\frac{1}{7}+\frac{2}{7^2}+\frac{1}{7^3}+\frac{2}{7^4}+\frac{1}{7^5}+\frac{2}{7^6}+....$$

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{3}{32}$ c) $\frac{1}{32}$
d) $\frac{1}{16}$ e) $\frac{3}{16}$

54. El valor de la sumatoria:

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(k+1)(k+2)} \text{ es:}$$

a) $\frac{n}{2(n+1)}$ b) $\frac{n}{2(n+2)}$ c) $\frac{n+1}{2n}$
d) $\frac{n}{2(n-2)}$ e) $\frac{n}{2(n+3)}$

55. Si: $\frac{2}{x}=0,\widehat{abcdef}$ y $\frac{5}{x}=0,\widehat{defabc}$.

Hallar: x. Si : $\overline{def}-\overline{abc}=429$

a) 13 b) 21 c) 7
d) 39 e) 41

56. Una fracción irreductible tiene la siguiente propiedad al sumar 5 unidades a su numerador y 9 unidades a su denominador, la fracción no cambia de valor.
La suma de sus términos es:

a) 14 b) 27 c) 33
d) 55 e) 44

57. ¿Para cuántos valores de N menores que 100, la siguiente fracción: $\frac{N^2+82N}{N+1}$ es reducible?

a) 32 b) 33 c) 34
d) 35 e) 40

58. Si $n \in Z$ tal que $\frac{7n^2-5n}{n+1}$ es un número entero.

Calcular la suma de todos los posibles valores de "n".

a) – 4 b) – 6 c) – 9
d) – 12 e) – 8

59. Si: $0,\widehat{ab}_8=\frac{1}{5}+\frac{3}{25}+\frac{1}{125}+\frac{3}{625}+....$

Determinar la cantidad de cifras no periódicas de la fracción: $f=\frac{\overline{ab(b+1)(a-2)(a-2)}}{(b+1)(a+2)!-(b-2)a!}$

a) 14 b) 17 c) 19
d) 21 e) 24

60. Calcule la siguiente suma: $E=\frac{1}{3}+\frac{2}{9}+\frac{1}{9}+\frac{4}{81}+.......\infty$
Y encontrar la cifra de orden – 3 al expresar "E" en base 4.

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) No se puede determinar.

Claves

01.	a		31.	d
02.	c		32.	d
03.	d		33.	d
04.	d		34.	e
05.	c		35.	d
06.	c		36.	a
07.	e		37.	b
08.	d		38.	d
09.	c		39.	c
10.	a		40.	a
11.	b		41.	c
12.	c		42.	e
13.	e		43.	e
14.	b		44.	c
15.	c		45.	a
16.	c		46.	c
17.	a		47.	c
18.	e		48.	c
19.	c		49.	a
20.	b		50.	e
21.	b		51.	d
22.	d		52.	c
23.	b		53.	e
24.	e		54.	b
25.	d		55.	c
26.	d		56.	a
27.	a		57.	b
28.	a		58.	d
29.	e		59.	d
30.	c		60.	a

Í N D I C E

ARITMÉTICA

Primer Bimestre **Pág.**

Segundo Bimestre

Tercer Bimestre

Cuarto Bimestre