

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS

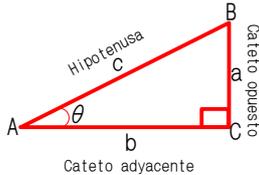
Se denomina razón trigonométrica (RT) al cociente que se establece entre las longitudes de dos de los lados de un triángulo rectángulo con respecto a uno de sus ángulos agudos.

Las razones trigonométricas son seis y se denominan: seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante.

Teorema de Pitágoras

Sea ABC un triángulo rectángulo (C = 90°), las razones trigonométricas de θ se definen:

En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos.



$$c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a^2 = b^2 - c^2 \rightarrow a = \sqrt{b^2 - c^2}$$

$$\text{Sen}\theta = \frac{\text{Cateto Opuesto a } \theta}{\text{Hipotenusa}} = \frac{\text{C.O.}}{\text{Hip}} = \frac{a}{c}$$

$$\text{Cos}\theta = \frac{\text{Cateto Adyacente a } \theta}{\text{Hipotenusa}} = \frac{\text{C.A.}}{\text{Hip}} = \frac{b}{c}$$

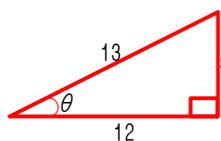
$$\text{Tan}\theta = \frac{\text{Cateto Opuesto a } \theta}{\text{Cateto Adyacente a } \theta} = \frac{\text{C.O.}}{\text{C.A.}} = \frac{a}{b}$$

$$\text{Ctg}\theta = \frac{\text{Cateto adyacente a } \theta}{\text{Cateto Opuesto a } \theta} = \frac{\text{C.A.}}{\text{C.O.}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{Sec}\theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto Adyacente a } \theta} = \frac{\text{Hip}}{\text{C.A.}} = \frac{c}{b}$$

$$\text{Csc}\theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto Opuesto a } \theta} = \frac{\text{Hip}}{\text{C.O.}} = \frac{c}{a}$$

Ejemplo: Hallar las R.T. de θ



$$\text{Sen } \theta = \frac{5}{13} \quad \text{Ctg } \theta = \frac{12}{5}$$

$$\text{Cos } \theta = \frac{12}{13} \quad \text{Sec } \theta = \frac{13}{12}$$

$$\text{Tan } \theta = \frac{5}{12} \quad \text{Csc } \theta = \frac{13}{5}$$

Observación

El valor de las R.T solo dependen de la medida del ángulo. Entonces si conocemos el valor de solo una de ellas, las restantes se pueden calcular construyendo un triángulo rectángulo.

Si $\text{Tan } \theta = 0,5$ (θ agudo): Hallar las otras R.T. de θ

Observación

En todo triángulo rectángulo la longitud de la hipotenusa es mayor que la longitud de los catetos, entonces se cumple:

$$0 < \text{Sen } \theta < 1; \quad 0 < \text{Cos } \theta < 1; \quad \text{Sec } \theta > 1; \quad \text{Csc } \theta > 1$$

$$\text{Sen } \theta = \sqrt{5} - \sqrt{3} < 1 \quad (\text{correcto})$$

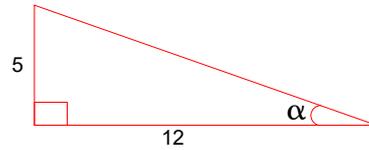
$$\text{Sec } \theta = \sqrt{7} - \sqrt{5} < 1 \quad (\text{incorrecto})$$

$$\text{Cos } \theta = 1/19 < 1 \quad (\text{correcto})$$

APLICACIÓN

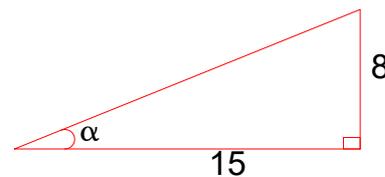
Pregunta 01

En la figura mostrada, determinar: $E = \text{Sen}\alpha + \text{Cos}\alpha$



Pregunta 02

En la figura mostrada, determine: $A = \text{Cos}\alpha - \text{Sen}\alpha$



Pregunta 03

En un triángulo rectángulo, los lados mayores miden 6 y 5 cm. Determinar la tangente de su menor ángulo agudo.

Pregunta 04

Los lados de un triángulo rectángulo son: $x-1$; x ; $x+1$; determinar la tangente del mayor ángulo agudo del triángulo.

Pregunta 05

En un triángulo isósceles ABC, $AB=AC$ y $\text{Cos}A=0,6$. Calcular: $\text{Tan}B$

Pregunta 06

En un triángulo rectángulo ABC (recto en B) señale el equivalente de:

$$K = (\text{Tan}A \cdot \text{Tan}A/2 + 1)(\text{Tan}A \cdot \text{Ctg}A/2 - 1)$$

Pregunta 01

En un triángulo ABC (recto en C) se cumple que la suma de tangentes de los ángulos A y B es 4 veces la longitud de la hipotenusa.

Calcule $E = b\text{Sen}A + a\text{Cos}A$

- A) 1/2
- D) 2/5

- B) 1
- E) 3/5

- C) 1/5

Observación

El producto de las seis razones trigonométricas de un ángulo agudo es igual a la unidad.