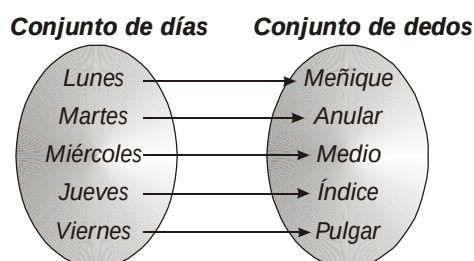


INTRODUCCIÓN

Contar significa establecer una relación entre dos colecciones de objetos de tal modo que a cada objeto de una colección se le haga corresponder uno de otra colección.

Por ejemplo, cuando un alumno cuenta los días de la semana que asiste a clases a su colegio hace corresponder a cada día un dedo de su mano, estableciéndose así una aplicación, es decir a cada día le corresponde un dedo.

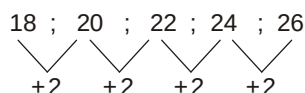


SUCESIÓN

Se llama sucesión a toda aplicación del conjunto de números enteros positivos en el conjunto de los números reales $\mathbb{R}$. Sus elementos se representan : $a_1 ; a_2 ; a_3 ; \dots ; a_n$ donde nos indican el primero, segundo, el tercero y así sucesivamente. Si aparece el último término se dice término enésimo y la sucesión es finita, si no aparece es infinita.

NÚMEROS EN SUCESIÓN NUMÉRICA

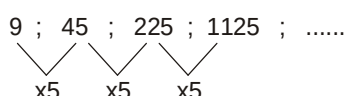
1. Progresión Aritmética



Es una sucesión numérica de 5 términos donde el primero es 18 y los siguientes se obtienen aumentando 2 al anterior; a esta sucesión se le llama sucesión aritmética o progresión aritmética.

El término de lugar "n" será : $a_n = 16 + 2n$

2. Progresión Geométrica



Es una sucesión numérica donde cada término se obtienen multiplicando por 5 al término anterior; a esta

sucesión, se le llama sucesión geométrica o progresión geométrica.

El término de lugar "n" será : $a_n = 9 \cdot 5^{n-1}$

SUCESIÓN ARITMÉTICA DE PRIMER ORDEN O LINEAL (Progresión Aritmética)

Se llama así a aquella sucesión donde la diferencia entre dos términos consecutivos es siempre la misma; es decir cada término se obtiene agregando una cantidad constante al término que le precede, a dicha cantidad se le llama razón de la progresión aritmética.

Ejemplos :

1. $8 ; 17 ; 26 ; \dots ; 206$

2. $94 ; 90 ; 86 ; \dots ; 14$

En General :

Se deduce que :

I. **RAZÓN (r)** : Es la diferencia de dos términos consecutivos de la progresión aritmética.

$$r = a_k - a_{k-1}$$

II. **TÉRMINO ENÉSIMO (a_n)** : La siguiente fórmula se utiliza para hallar un término cualquiera de la progresión.

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

"n" es el lugar que ocupa el término que se quiere calcular.

III. NÚMERO DE TÉRMINOS (n)

$$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$$

Donde :

a_n : término de lugar n

a_1 : primer término

r : valor de la razón

Aplicación : En la siguiente sucesión aritmética, calcule la razón, su cantidad de términos y los términos de lugar 23 y 37.

S : 23 ; 30 ; 37 ; ; 506

Resolución :

$$* r = 30 - 23 = 7$$

$$* n = \frac{506 - 23}{7} + 1 = 70$$

$$* a_{23} = 23 + 22(7) = 177$$

$$* a_{37} = 23 + 36(7) = 275$$

CONTEO DE CIFRAS

Consiste en calcular el número de cifras de una sucesión numérica.

Ejemplo :

Calcule el número de cifras de :

37 ; 40 ; 43 ; ; 214

Resolución :

$$* \text{ Del 37 al 97 hay } \frac{97 - 37}{3} + 1 = 21 \text{ números de dos cifras}$$

tenemos : $21 \times 2 = 42$ cifras.

$$* \text{ Del 100 al 214 hay } \frac{214 - 100}{3} + 1 = 39 \text{ números de tres}$$

cifras tenemos $39 \times 3 = 117$ cifras.

Entonces en total hay $42 + 117 = 159$ cifras

PAGINACIÓN

Al imprimir un libro, periódico, etc. antiguamente se utilizaba en la tipografía por cada letra o símbolo un tipo de imprenta.

Ejemplo :

Diga Ud. la cantidad de tipos de imprenta que se utilizan para enumerar las páginas de un libro de 248 páginas.

Resolución :

Del 1 al 9 hay 9 páginas, del 10 al 99 hay 90 páginas, de 100 al 248 hay 149 páginas entonces en total hay :

$$9 \times 1 + 90 \times 2 + 149 \times 3 = 636 \text{ cifras}$$

Nota : Para un libro de "p" páginas el número de cifras o tipos de imprenta utilizado es :

$$N^{\circ} \text{ cifras} = (p + 1)k - \underbrace{111 \dots 111}_{k \text{ cifras}}$$

k : número de cifras de "p"

En el ejemplo anterior $p = 248$ y $k = 3$ entonces el N° de cifras es :

$$(248 + 1) \cdot 3 - 111 = 636 \text{ Rpta.}$$

NÚMEROS CONDICIONADOS

Son aquellos que presentan algunas características entre sus cifras.

Principio de la Multiplicación : Si un evento ocurre de "n" maneras diferentes y otro evento ocurre de "m" maneras diferentes, entonces ambos eventos pueden ocurrir de $(n \times m)$ formas diferentes.

Ejemplo de Aplicación : ¿Cuántos números pares de 3 cifras empiezan con 8 ó 5?

Resolución :

$$\begin{array}{ccc} \overline{a} & \overline{b} & \overline{c} \rightarrow \text{Par (c = Par)} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 5 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 2 \\ & 2 & 4 \\ & \vdots & 6 \\ & \vdots & 8 \\ & 9 & \end{array}$$

Valores que toma cada cifra

$$2 \times 10 \times 5 = 100 \text{ números}$$

EJERCICIO :

¿Cuántos números de "k" cifras existen en base n?

Resolución :

Como la primera cifra toma $(n - 1)$ valores y las restantes $(k - 1)$ cifras toman "n" valores hay

$$(n - 1) \cdot \underbrace{n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{(k-1)} = (n - 1) \cdot n^{k-1} \text{ números}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. En una progresión aritmética, la suma del décimo y duodécimo término es 20, además el sexto término es cero.
Hallar el vigésimo término.
- a) 28 b) 26 c) 30
d) 32 e) 36
02. La siguiente sucesión de números consta de 48 términos dándose los cuatro términos centrales : ; 442 ; 449 ; 456 ; 463 ;
Determinar el primer término.
- a) 288 b) 295 c) 302
d) 281 e) 274
03. Si la diferencia de los términos de lugares 65 y 40 de una progresión es 175 y que el término de lugar 20 es 223.
Entonces, el término de lugar 100 de la progresión es :
- a) 783 b) 728 c) 713
d) 736 e) 740
04. En la progresión aritmética, el décimo primer término es 216.
 $S : (a + b) ; (4a - 3b) ; (5b + 3a) ; \dots$
Dar : $(a + b)$
- a) 12 b) 16 c) 20
d) 24 e) 18
05. ¿Cuántas cifras se emplean al escribir la siguiente progresión aritmética?
40 ; 46 ; 52 ; ; 1198
- a) 606 b) 584 c) 602
d) 579 e) 624
06. ¿Cuántas cifras se utilizan al enumerar la secuencia?
 $10^{311} ; 10^{321} ; 10^{331} ; \dots ; 10^{771}$
- a) 235 b) 1890 c) 245
d) 575 e) 85
07. ¿Cuántos números de 3 cifras del sistema decimal usan alguna cifra 5 en su escritura?
- a) 225 números b) 252 números
c) 255 números d) 648 números
e) 336 números
08. ¿Cuántos enteros que se expresan mediante numerales de cuatro cifras de la forma : $\left(\frac{a}{2}\right)(b+3)(b-1)(a+3)$ en base 20 existen?
- a) 128 b) 150 c) 135
d) 138 e) 155
09. Si los tres primeros términos de la progresión geométrica de razón igual a 12 son :
 $\frac{1}{3(a-b)} ; \frac{4}{a^2-b^2} ; \frac{48}{a+b}$
El cuarto término será :
- a) 96 b) 576 c) 144
d) 72 e) 652
10. Tres números están en progresión aritmética cuya razón es 2.
¿Cuál es el valor del segundo término, si es que; al disminuir el primero en 3 unidades, disminuir el segundo en 2 y duplicar el tercero, los números resultantes están en progresión geométrica?
- a) 8 ó - 2 b) 6 ó - 4 c) 4 ó - 6
d) 2 ó - 8 e) 6 ó 4
11. La suma de los dos primeros términos de una progresión aritmética es la solución positiva de la ecuación :
 $x^2 + 6x - 55 = 0$ y el 5to. término es 13.
Hallar la razón de la progresión.
- a) 2 b) 2,5 c) 3
d) 4 e) 1
12. Se tiene una progresión aritmética en la cual dos términos consecutivos son : $\overline{ab1}$ y $\overline{ab4}$ y donde el primer término es 11 y el último es 902.
Hallar cuántos términos hay en dicha progresión.
- a) 296 b) 297 c) 298
d) 299 e) 300
13. $a_1 ; a_2 ; a_3 ; a_4$ son números naturales en progresión aritmética.
Si : $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 26$ y
 $a_1 a_2 a_3 a_4 = 880$.
Calcular :
- $$N = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2$$
- a) 184 b) 214 c) 216
d) 218 e) 195

14. Dada la sucesión aritmética: $60; 53; 46; \dots$
El primer término negativo, es :
- a) -10 b) -3 c) -11
d) -5 e) -2
15. Las edades de 3 personas están en progresión aritmética creciente, cuya suma es 63. Si la suma de sus cuadrados es 1395; la edad del mayor, es :
- a) 27 b) 26 c) 21
d) 35 e) 37
16. La suma del cuarto y el octavo término de una progresión aritmética es 20, el 31 término es el doble del 16 término; la progresión aritmética es :
- a) $-5; -2; -1; \dots$
b) $5; 6; 7; \dots$
c) $0; 2; 4; \dots$
d) $0; 3; 6; \dots$
e) $2; 4; 6; \dots$
17. De los tres primeros términos de una progresión aritmética, el término intermedio es 15 y el producto de los mismos es 2415.
Entonces el término del décimo primer lugar es :
- a) 76 b) 77 c) 87
d) 97 e) 98
18. Una persona empieza a numerar páginas desde el número 4000 y se detiene en el número que representa la cantidad de dígitos utilizados.
Dar la suma de los cuadrados de las cifras del último número escrito.
- a) 42 b) 47 c) 52
d) 54 e) 59
19. Se llama capicúa al número de varias cifras que se lee igual de izquierda a derecha o de derecha a izquierda.
¿Cuántos números capicúa hay entre 100 y 1000?
- a) 500 b) 10 c) 90
d) 200 e) 100
20. Dada la siguiente sucesión .
 $1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; \dots$
El número que sigue es :
- a) 24 b) 14 c) 34
d) 15 e) 11
21. ¿Cuántos números de 3 cifras existen que tengan por lo menos una cifra par y por lo menos una cifra impar?
- a) 225 b) 675 c) 325
d) 425 e) 825
22. ¿Cuántos términos de tres cifras (en base n) tiene la siguiente progresión aritmética?
 $20_n; 25_n; 33_n; \dots; 201_n$
- a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14
23. ¿En cuántos sistemas de numeración el número 1234 se escribe con 3 cifras?
- a) 10 b) 15 c) 30
d) 25 e) 20
24. Si de los números del 1 al 1000, no se marca ni un solo número que contenga la cifra 4 o la cifra 7.
¿Cuántos números se marcan?
- a) 506 b) 510 c) 511
d) 512 e) 515
25. ¿Cuántos términos como máximo tiene la siguiente progresión?
 $14; 23; 32; \dots; \overline{abc}$
Si además se sabe que : $a + b + c = 14$
- a) 109 b) 105 c) 121
d) 100 e) 96
26. Se tiene la siguiente progresión aritmética:
 $\overline{bb}; \overline{bb} + b; \overline{bb} + 2b; \dots; 609$
 $\overline{bb}$ términos
Indicar el valor de b
- a) 3 b) 6 c) 7
d) 9 e) 1
27. Si el primer término de una progresión aritmética de enteros consecutivos es $k^2 + 1$; la suma de los $2k + 1$ primeros términos de dicha progresión puede ser expresada como :
- a) $(k + 1)^2$ b) $2(k + 1)^3$
c) $k^3 + (k + 1)^3$ d) $(k - 1)^3 + k^3$
e) $k^3 + 3k^2 + 3k + 1$
28. Dada la progresión aritmética, en el sistema de numeración que se indica :
 $102_{(3)}; 111_{(3)}; 120_{(3)}; \dots$
La suma de los 8 primeros términos, es :
- a) $21100_{(3)}$ b) $12100_{(3)}$
c) $20100_{(3)}$ d) $12000_{(3)}$
e) 21000_3

29. El octavo término de la sucesión :

$$\frac{1}{2} ; \frac{7}{6} ; \frac{17}{12} ; \frac{31}{20} ; \dots \text{ es :}$$

- a) $\frac{127}{72}$ b) $\frac{129}{56}$ c) $\frac{128}{72}$
d) $\frac{129}{72}$ e) $\frac{127}{56}$

30. Dadas las sucesiones :

$$\frac{1}{2} ; \frac{4}{3} ; \frac{9}{4} ; \frac{16}{5} ; \dots \quad \text{y} \quad \frac{1}{2} ; \frac{2}{3} ; \frac{3}{4} ; \frac{4}{5} ; \dots$$

La diferencia de los términos n - ésimos es:

- a) $\frac{n(n+1)}{n-1}$ b) $\frac{n}{n+1}$ c) $\frac{n(n-1)}{n+1}$
d) $\frac{n+1}{n(n-1)}$ e) $\frac{n-1}{n(n+1)}$

31. Si : $a = (-1)^n + 1$; $n = 1 ; 2 ; \dots$ y si $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$; $n = 2 ; 3 ; \dots$

Entonces : $S_{20} - S_{21}$ es igual a :

- a) - 1 b) 0 c) 20
d) - 21 e) 1

32. ¿Cuántos números de la forma $\overline{(a-6)(b+2)(a+2)}$ (11) existen?

- a) 16 b) 27 c) 24
d) 18 e) 22

33. ¿Cuántos números de 4 cifras mayores que 3000, se pueden formar con las cifras?

$$\{0 ; 1 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7 ; 8 ; 9\}$$

- a) 3071 b) 3072 c) 4096
d) 2468 e) 2649

34. ¿Cuántos números capicúas de 5 cifras existen en el sistema octal, tal que la suma de sus cifras sea impar?

- a) 224 b) 196 c) 256
d) 280 e) 255

35. ¿Cuántos números capicúas de 5 cifras tienen sólo 3 cifras iguales?

- a) 72 b) 76 c) 81
d) 82 e) 162

36. Encuentre la base del sistema de numeración, en el que los números 479, 698 y 907 están en progresión aritmética.

- a) 11 b) 12 c) 13
d) 14 e) 15

37. Dadas las sucesiones : A y B

$$A_n = \frac{2}{11} ; \frac{4}{15} ; \frac{6}{24} ; \frac{8}{40} ; \frac{10}{65} ; \dots$$

$$B_n = \frac{1}{10} ; \frac{3}{11} ; \frac{5}{15} ; \frac{7}{24} ; \frac{9}{40} ; \dots$$

Hallar : $B_{2001} - A_{2000}$

Dar como respuesta el numerador de la fracción resultante.

- a) 1 b) - 1 c) 41
d) 3 e) 10

38. En la siguiente progresión aritmética, la cantidad de términos que hay desde $\overline{87}$ hasta $\overline{cd0}$ es el triple de las que hay desde $\overline{ab}$ hasta 80.

$$\overline{ab} ; \dots ; 80 ; 87 ; \dots ; \overline{cd0}$$

Hallar : $a + b + c + d$

- a) 20 b) 12 c) 17
d) 19 e) 16

39. ¿En cuántos sistemas de numeración 1400 se escribe con tres cifras?

- a) 22 b) 23 c) 24
d) 25 e) 26

40. La siguiente progresión aritmética consta de 108 términos, dándose los cuatro términos centrales.

$$\dots ; 442 ; 449 ; 456 ; 463 ; \dots$$

Hallar el segundo término de la progresión.

- a) 85 b) 78 c) 71
d) 92 e) 99

41. Hallar "n" sabiendo que en la base 12 existen 6480 numerales de "n" cifras, tales que todas sus cifras son pares.

- a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

42. ¿Cuántos términos tiene la siguiente sucesión?
 $12 ; 26 ; 42 ; 60 ; \dots ; 2520$

- a) 45 b) 56 c) 63
d) 35 e) 28

43. La siguiente sucesión :

$\overline{ab} ; 2 \times \overline{ab} ; 3 \times \overline{ab} ; \dots$ tiene $\overline{ab}$ términos donde la diferencia entre el último y primer término es 2256. Hallar : $a + b$

- a) 12 b) 11 c) 10
d) 9 e) 8

44. ¿Cuántos números de 3 cifras en la base 12 se escriben también con 3 cifras en las bases 10 y 11?
- a) 548 b) 855 c) 857
d) 900 e) 856
45. ¿Cuántos términos tiene la siguiente secuencia?
20 ; 24 ; 23 ; 28 ; 26 ; 32 ; ; 203
- a) 124 b) 123 c) 61
d) 121 e) 125
46. El número de enteros de 4 dígitos mayores de 4000 y que terminan en 75 es :
- a) 90 b) 60 c) 59
d) 91 e) 61
47. El número de páginas de un libro está comprendido entre 400 y 500.
¿Cuál es este número de páginas, si en total se han empleado 1188 tipos de imprenta para numerarlo?
- a) 432 b) 433 c) 450
d) 424 e) 434
48. ¿Cuál es la cifra que ocupa el lugar 373 en la escritura de la siguiente progresión aritmética?
60 ; 68 ; 76 ;
- a) 2 b) 8 c) 6
d) 4 e) 5
49. De un texto de 600 páginas, se arrancaron todas las hojas que contiene alguna página terminada en 8.
¿Cuántas cifras se mantienen en la numeración de las páginas que quedan?
- a) 338 b) 1692 c) 1584
d) 1354 e) 1523
50. Se han enumerado 1130 páginas, de un libro sin utilizar los números que tienen sus cifras iguales.
¿Cuántos dígitos se hubieran empleado si se cuentan los números excluidos?
- a) 3489 b) 3349 c) 3689
d) 3549 e) 3416
51. Al numerar las últimas 100 páginas de un libro se han empleado 281 cifras.
¿Cuántas páginas tiene el libro?
- a) 90 b) 180 c) 120
d) 150 e) 60
52. ¿Cuántos números de 3 cifras tiene por lo menos 2 cifras iguales?
- a) 252 b) 1648 c) 1624
d) 625 e) 180
53. ¿Cuántos numerales de tres cifras tienen sólo dos cifras impares?
- a) 300 b) 375 c) 395
d) 350 e) 335
54. ¿En qué sistema de numeración hay 1482 números de la forma : $\overline{a(a+2)(b-2)b}_{(n)}$?
- a) 28 b) 33 c) 37
d) 41 e) 45
55. ¿Cuál es el término más cercano a 1000 en la siguiente serie?
28 ; 33 ; 39 ; 42 ; 50 ; 51 ;
- a) 1002 b) 998 c) 1005
d) 996 e) 999
56. En la progresión aritmética que tiene 41 términos hallar $(a + b + n)$
 $\overline{ab}_{(n)} ; \overline{a(b+3)}_{(n)} ; \overline{(2b)2}_{(n)} ; \dots ; \overline{a(a+b)b}_{(n)}$
- a) 10 b) 11 c) 12
d) 14 e) 16
57. ¿Cuántas páginas tiene un libro si en numerar 20 páginas centrales; se han utilizado 51 cifras? ¿Cuál es la última página?
- a) 120 b) 123 c) 200
d) 149 e) 219
58. De un libro se arrancaron 120 páginas centrales, observándose que en la numeración de las páginas arrancadas se usaron 285 tipos de imprenta.
¿Cuántos tipos se usan en las hojas que quedan?
- a) 393 b) 321 c) 111
d) 195 e) 396
59. Si : a, b y c son cifras en el sistema decimal, ¿Cuántos números de la forma :
 $\overline{(a+2)\frac{(b-1)}{2}\left(\frac{c}{3}\right)(a-2)(c+1)}$ existen?
- a) 45 b) 225 c) 90
d) 75 e) 275
60. ¿Cuántos números existen de la siguiente forma?
 $\overline{(m+5)(5-m)(n+6)(6-n)\left(\frac{p+3}{2}\right)\left(\frac{p}{3}\right)}$
- a) 220 b) 330 c) 189
d) 270 e) 320

Claves

01.	a
02.	a
03.	a
04.	b
05.	a
06.	a
07.	b
08.	a
09.	b
10.	b
11.	c
12.	c
13.	b
14.	b
15.	a
16.	c
17.	c
18.	b
19.	c
20.	c
21.	b
22.	b
23.	d
24.	d
25.	b
26.	c
27.	c
28.	b
29.	a
30.	c

31.	b
32.	e
33.	a
34.	a
35.	e
36.	a
37.	a
38.	d
39.	e
40.	a
41.	a
42.	a
43.	a
44.	e
45.	b
46.	b
47.	a
48.	d
49.	d
50.	a
51.	b
52.	a
53.	d
54.	d
55.	d
56.	b
57.	c
58.	c
59.	c
60.	c