

Capítulo 2

TEORÍA DE CONJUNTOS

INTRODUCCIÓN

George Ferdinand Cantor, el creador de la teoría de conjuntos, nació en 1845 en Rusia. Vivió, estudió y enseñó en Alemania donde murió en 1918.

Publicó trabajos sobre funciones de variable real y las series de Fourier, introdujo conceptos de potencia de un conjunto, conjuntos equivalentes, tipo ordinal, número transfinito; que aportaron para el inicio del estudio de los problemas del infinito y la teoría de conjuntos.

NOCIÓN DE CONJUNTO

Conjunto: Concepto primitivo que no tiene definición, pero que nos da la idea de agrupación de objetos a los cuales llamaremos elementos del conjunto.

RELACIÓN DE PERTENENCIA

Si un objeto es elemento del conjunto, se dirá que pertenece (\in) a su conjunto, en caso contrario se dirá que no pertenece (\notin) a dicho conjunto.

Ejemplo: $A = \{4; 9; 16; 25\}$

$$\begin{array}{ll} 4 \in A & 10 \notin A \\ 16 \in A & 21 \notin A \end{array}$$

CARDINAL DE UN CONJUNTO

Es la cantidad de elementos de un conjunto y se denota : $n(A)$, así en el ejemplo anterior $n(A) = 4$

DETERMINACIÓN DE UN CONJUNTO

a) **Por extensión o en forma tabular:** Es cuando se indican los elementos del conjunto.

$$A = \{ * ; \odot ; \# ; \dots ; \diamond \}$$

b) **Por comprensión ó en forma constructiva:** Es cuando se indica alguna característica particular y común a sus elementos.

$$A = \{f(x) / x \text{ cumple alguna condición}\}$$

Diagrama de Venn - Euler:

Figuras geométricas planas cerradas que se utilizan para representar a los conjuntos, gráficamente.

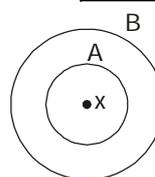
RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

Inclusión (\subset)

Se dice que un conjunto A está incluido en B; si todos los elementos de A, están en el conjunto B.

Es decir :

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in A \Rightarrow x \in B$$



- * A es subconjunto de B
- * B incluye a A ($B \supset A$)

Diagrama lineal



Igualdad

Dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos. Es decir :

$$A = B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$$

PRINCIPALES CONJUNTOS

Conjunto Vacío: Aquel que no tiene elementos, también se le llama nulo y se denota ϕ o $\{ \}$

Conjunto Unitario: Aquel que tiene un solo elemento, también se le llama singleton.

Conjunto Universal: Conjunto referencial que se toma como base para el estudio de otros conjuntos contenidos en él y se denota por U.

Conjunto Potencia : Es el conjunto cuyos elementos son todos los subconjuntos de otro conjunto A y se denota por $P(A)$.

Ejemplo : $A = \{2 ; 8\}$

$$P(A) = \{ \phi ; \{2\} ; \{8\} ; \{2 ; 8\} \}$$

Observación: La cantidad de subconjuntos de un conjunto A es igual a $2^{n(A)}$.

Ejemplo:

$$A = \{3 ; 5 ; 9\} ; n(A) = 3$$

Entonces hay $2^3 = 8$ subconjuntos que son :

$$\phi ; \{3\} ; \{5\} ; \{9\} ; \{3 ; 5\} ; \{3 ; 9\} ; \{5 ; 9\} y \{3 ; 5 ; 9\}$$

"A todos los subconjuntos de **A**, excepto **A** se les llama subconjuntos propios"

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Conjunto de los Números Naturales (N)

$$N = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$$

Conjunto de los Números Enteros (Z)

$$Z = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$$

Conjunto de los Números Racionales (Q)

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} / m \in Z \wedge n \in Z, n \neq 0 \right\}$$

Conjunto de los Números Irracionales (I)

Son aquellos que tienen una representación decimal infinita no periódica y no pueden ser expresados como el cociente de 2 enteros.

Conjunto de los Números Reales (R)

Es la reunión de los racionales con los irracionales.

$$R = Q \cup I$$

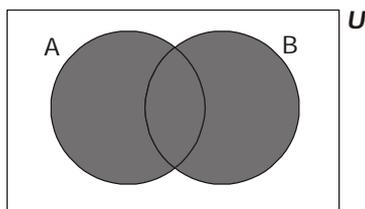
Conjunto de los Números Complejos (C)

$$C = \{a + bi / a \in R \wedge b \in R, i = \sqrt{-1}\}$$

OPERACIONES CON CONJUNTOS

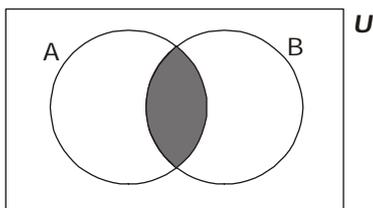
Unión (\cup)

$$A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}$$



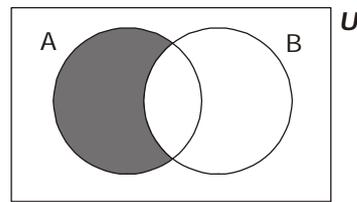
Intersección (\cap)

$$A \cap B = \{x / x \in A \wedge x \in B\}$$



Diferencia ($-$)

$$A - B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\}$$

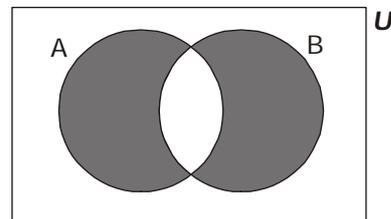


Observación:

A - B también se denota : $A \setminus B$

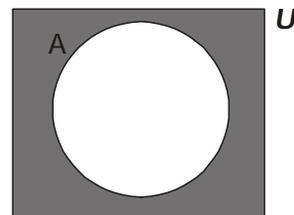
Diferencia Simétrica (Δ)

$$A \Delta B = \{x / x \in (A \cup B) \wedge x \notin (A \cap B)\}$$



Complemento (A^C, A')

$$A' = \{x / x \notin A\}$$



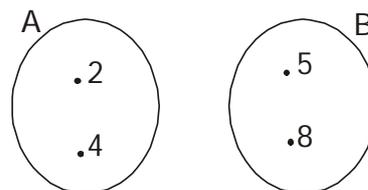
Observación : El complemento de A, se puede realizar respecto a cualquier conjunto, tal que $A \subset B$ y se denota:

$$C_B^A = B - A$$

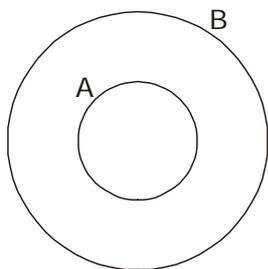
Se lee complemento de A respecto a B.

IMPORTANTE

Conjuntos Disjuntos : Cuando no tienen elementos comunes :



Conjuntos Comparables: Cuando uno de ellos está incluido en el otro.



Conjuntos Equivalentes : Cuando tienen la misma cantidad de elementos.

A es equivalente a B entonces :
 $n(A) = n(B)$

Conjunto Producto: También llamado producto cartesiano.

$$A \times B = \{(a;b) / a \in A \wedge b \in B\}$$

└─ Par ordenado

Ejemplo:

$$A = \{1 ; 4 ; 5\} \quad B = \{8 ; 11\}$$

$$A \times B = \{(1;8) ; (1;11) ; (4;8) ; (4;11) ; (5;8) ; (5;11)\}$$

ALGUNAS PROPIEDADES Y LEYES

1. Leyes distributivas Unión - Intersección:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

2. Leyes de Morgan:

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

3. $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

4. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

5. $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$

6. $A - B = A \cap B'$

7. $A' - B' = B - A$

8. $n[P(A) \cap P(B)] = n[P(A \cap B)]$

9. $n[P(A) \cup P(B)] = n[P(A)] + n[P(B)] - n[P(A) \cap P(B)]$

O también:

$$n[P(A) \cup P(B)] = 2^{n(A)} + 2^{n(B)} - 2^{n(A \cap B)}$$

10. $A \cup \phi = A$

$$A \cap \phi = \phi$$

11. $A \cup U = U$

$$A \cap U = A$$

12. $(A')' = A$

13. $A \cup A' = U$

$$A \cap A' = \phi$$

14. $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

15. Ley de Absorción

* $A \cup (A \cap B) = A$

* $A \cap (A \cup B) = A$

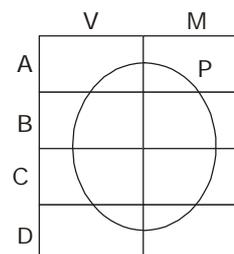
* $A \cup (A' \cap B) = A \cup B$

* $A \cap (A' \cup B) = A \cap B$

GRÁFICO ESPECIAL PARA CONJUNTOS DISJUNTOS

Aplicación: En un salón de clases se observa a 60 alumnos entre varones y mujeres; con las siguientes características:

- * Algunos tienen 15 años.
- * 18 tienen 16 años.
- * 12 tienen 17 años.
- * 40 postulan este año a la Universidad.



Leyenda:

- V : Conjunto de los varones.
- M : Conjunto de las mujeres.
- P : Conjunto de los que postulan.
- A : Conjunto de los alumnos con 15 años.
- B : Conjunto de los alumnos con 16 años.
- C : Conjunto de los alumnos con 17 años.
- D : Conjunto de los alumnos con otra edad.

NOTA: Este tipo de diagramas especiales reciben el nombre de "Diagramas de CARROLL"

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Dado el conjunto: $A = \{4; 3; \{6\}; 8\}$ y las proposiciones:

- * $\{3\} \in A$
- * $\{6\} \in A$
- * $8 \in A$
- * $\phi \in A$
- * $\{4\} \subset A$
- * $\{6\} \subset A$
- * $\phi \subset A$
- * $\{3; 8\} \subset A$

Indique el número de proposiciones verdaderas:

- a) 7
- b) 6
- c) 5
- d) 4
- e) 3

02. Dados los conjuntos iguales:

$$A = \{a^2 + 3; b + 1\} \text{ y } B = \{13; 19\}$$

Considere a y b enteros.

Indique la suma de los valores que toma : $a + b$

- a) 16
- b) 24
- c) 30
- d) 12
- e) 27

03. Indique la suma de los elementos del conjunto:

$$\{x^2 + 2/x \in Z \wedge -4 < x < 4\}$$

- a) 44
- b) 42
- c) 22
- d) 18
- e) 16

04. ¿Cuántos subconjuntos propios tiene el conjunto?

$$C = \{2; 3; \{2\}; 3; 2; \{2\}; \{3\}\}$$

- a) 127
- b) 63
- c) 15
- d) 7
- e) 31

05. Si:

$$n(A) = 15; n(B) = 32 \text{ y } n(A - B) = 8$$

Calcule :

$$n(A \Delta B) + n(A' - B')$$

- a) 36
- b) 37
- c) 51
- d) 58
- e) 59

06. ¿Cuántos subconjuntos tiene la potencia del conjunto A, tal que: $A = \{2; \{3\}; 2\}$?

- a) 4
- b) 16
- c) 2^{16}
- d) 8
- e) 64

07. De un grupo de 30 personas, 20 van al teatro, 5 sólo van al cine, 18 van al cine o al teatro; pero no a ambos sitios.

¿Cuántos van a ambos sitios?

- a) 6
- b) 7
- c) 8
- d) 5
- e) 4

08. Sabiendo que A tiene 128 subconjuntos en total, que el número de elementos de la intersección de A y B es 5 y que $B - A$ tiene 16 subconjuntos.

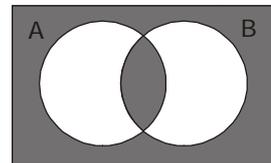
Determinar el número de subconjuntos de $A \cup B$.

- a) 1024
- b) 512
- c) 256
- d) 2048
- e) 4096

09. De un grupo de 62 atletas, 25 lanzan bala, 36 lanzan jabalina y 30 lanzan disco, 3 lanzan los tres; 10 lanzan jabalina y disco, 15 disco y bala, 7 lanzan bala y jabalina. ¿Cuántos no lanzan jabalina ni disco?

- a) 4
- b) 6
- c) 7
- d) 5
- e) 3

10. La operación que representa la región sombreada es:



- a) $(A \cup B) \cap (A \cap B)$
- b) $[A \cap (A \cup B)] \cup (A - B)$
- c) $A \cap (A \cup B)$
- d) $A \cap (A \cup B)'$
- e) $(A' \cap B') \cup (A \cup B)$

11. Si los conjuntos A y B son iguales, hallar $a \times b$ si a y b son naturales.

$$A = \{a^2 + 2a; b^3 - b\}$$

$$B = \{2a; 15\}$$

- a) 8
- b) 15
- c) 9
- d) 12
- e) 6

12. Dado el conjunto:

$$P = \{5; 6; 7; 8; 9\}$$

y los conjuntos:

$$M = \{x \in P / x^2 > 50 \wedge x < 9\}$$

$$N = \{x \in P / x \text{ es impar} \wedge 6 < x\}$$

Determinar : $n(M) + n(N)$

- a) 3
- b) 4
- c) 2
- d) 1
- e) 5

13. Jéssica tomó helados de fresa o coco durante todas las mañanas en los meses de verano (enero, febrero y marzo) del 2004.

Si tomó helados de fresa 53 mañanas y tomó helados de coco durante 49 mañanas.

¿Cuántas mañanas tomó helado de los dos sabores?

- a) 9
- b) 10
- c) 11
- d) 12
- e) 15

14. En una ciudad se determinó que el 46% de la población no lee la revista A, 60% no lee la revista B y el 58% lee A ó B pero no ambas.
¿Cuántas personas hay en la población si 63000 personas leen A y B?
- a) 420000 b) 840000 c) 350000
d) 700000 e) 630000
15. En una peña criolla trabajan 32 artistas. De éstos, 16 bailan, 25 cantan y 12 cantan y bailan. El número de artistas que no cantan ni bailan es:
- a) 4 b) 5 c) 2
d) 1 e) 3
16. Si:
A = {1 ; 2 ; {1 ; 2} ; 3}
B = {{2 ; 1} ; {1 ; 3} ; 3}
Halle usted : $[(A - B) \cap B] \cup (B - A)$
- a) {1 ; 3} b) {{1 ; 2}}
c) A d) {{1 ; 3}}
e) B
17. Dado el conjunto:
 $A = \{1 ; \{2\} ; \{1 ; 2\}\}$
¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?
- a) $2 \notin A$ b) $\{1\} \in A$ c) $1 \subset A$
d) $\emptyset \in A$ e) $\{2\} \notin A$
18. Si:
 $A = \{x / x = (4m - 1)^2, m \in \mathbb{N}, 2 \leq m \leq 5\}$
Entonces el conjunto A escrito por extensión es:
- a) {7 ; 11 ; 15 ; 19}
b) {2 ; 3 ; 4 ; 5}
c) {4 ; 9 ; 16 ; 25}
d) {49 ; 121 ; 225 ; 361}
e) {3 ; 4 ; 7 ; 9}
19. Carlos debe almorzar pollo o pescado (o ambos) en su almuerzo de cada día del mes de marzo. Si en su almuerzo durante 20 días hubo pollo y durante 25 días hubo pescado, entonces, el número de días que almorzó pollo y pescado es :
- a) 18 b) 16 c) 15
d) 14 e) 13
20. En un avión hay 100 personas, de las cuales 50 no fuman y 30 no beben.
¿Cuántas personas hay que ni fuman ni beben o fuman y beben, sabiendo que hay 20 personas que solamente fuman?
- a) 30 b) 20 c) 10
d) 40 e) 50
21. Si:
 $A = \{a, b, c, b\}$ y
 $B = \{(m^2 + 1) ; -1 ; 5 ; (n - 3) ; 2\}$
Donde : $n \wedge m \in \mathbb{Z}^+$ y $3 < n < 8$
Además A y B son equipotentes. Hallar la suma de valores de $n + m$
- a) 6 b) 13 c) 10
d) 14 e) 23
22. En una encuesta realizada a 190 personas sobre la preferencia de leer las revistas A y B, el resultado fue el siguiente : el número de personas que les gusta A y B es $\frac{1}{4}$ de los hombres que sólo les gusta A y la mitad de las mujeres que sólo les gusta A. El número de hombres que sólo les gusta B es $\frac{2}{3}$ del número de mujeres que sólo les gusta B. Los que leen A son 105, los que leen B son 70.
Halle el número de personas que no leen ni A ni B.
- a) 30 b) 32 c) 36
d) 38 e) 40
23. Si A, B y C son tres subconjuntos de un conjunto universal de 98 elementos y además:
 $n[(A \cup B) \cap C] = 50$, $n(C) = 34$
Hallar : $n[(A \cup B \cup C)']$
- a) 13 b) 14 c) 15
d) 16 e) 17
24. El resultado de una encuesta sobre preferencia de jugos de fruta de manzana, fresa y piña es el siguiente:
60% gustan manzana.
50% gustan fresa.
40% gustan piña.
30% gustan manzana y fresa.
20% gustan fresa y piña.
10% gustan manzana y piña.
5% gustan de los tres.
¿Que porcentaje de las personas encuestadas no gustan alguno de los jugos de frutas mencionados?
- a) 5% b) 20% c) 50%
d) 12% e) 10%
25. Dados los conjuntos:
 $A = \{n^2 / n \in \mathbb{N} \wedge 0 < n < 20\}$
 $B = \{2n / n \in \mathbb{Z} \wedge 4 < n^2 < 500\}$
¿Cuántos elementos tiene $A \times B$?
- a) 380 b) 400 c) 342
d) 800 e) 760

26. ¿Cuántos elementos tiene el siguiente conjunto?
(5 ; 7 ; 9 ; 11 ; ; 83)
- a) 35 b) 40 c) 41
d) 60 e) 45
27. Sea A un conjunto con dos elementos y B un conjunto con tres elementos, el número de elementos de $P(A) \times P(B)$ es:
- a) 12 b) 24 c) 48
d) 64 e) 32
28. Sea A, B y C subconjuntos de un conjunto universal U. De las afirmaciones:
- I. Si $A \subset (B \cup C)$ y $A \cap C = \phi$ entonces $A \subset B$
II. Si $A \subset B$, entonces $A \cap \bar{B} = \phi$
(\bar{B} = complemento de B)
III. Si $A \cap B = \phi$ y $B \subset C$; entonces $A \cap C = \phi$.
IV. Si $A \cup B \cup C = U$
Entonces $A \cap B \cap C = \phi$
- a) Sólo II es verdadera.
b) Sólo I, II y IV son verdaderas.
c) Sólo I es verdadera.
d) Sólo I y II son verdaderas.
e) Todas son verdaderas.
29. Decir cuál de los siguientes enunciados es falso:
- a) $A \subset B \wedge B \subset A \rightarrow A = B$
b) $A \subset B \wedge B \subset C \rightarrow A \subset C$
c) $x \in A \wedge A \in B \rightarrow x \in B$
d) $x \in A \wedge A \subset B \rightarrow x \in B$
e) $x \in A \wedge x \in B \rightarrow x \in A \cap B$
30. Decir cuál de los siguientes enunciados es falso:
- a) $A = \phi, \wedge B = \phi \rightarrow A \cap B = \phi$
b) $A = \phi, \wedge B = \phi \rightarrow A \cup B = \phi$
c) $A \cap B = \phi \rightarrow A = \phi \wedge B = \phi$
d) $A \cup B = \phi \rightarrow A = \phi \wedge B = \phi$
e) $\phi \cup A = A \quad \forall A$
31. Si:
 $A = \{x \in \mathbb{N} / x^2 - 4 = 0 \wedge x \text{ es primo}\}$
 $B = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 3x + 2 = 0\}$
Entonces $A \cap B$ es:
- a) ϕ b) $\{\phi\}$ c) $\{2\}$
d) $\{1\}$ e) $\{-2\}$
32. En un aula de 25 alumnos deportistas hay : 16 alumnos que practican básquet 14 alumnos que practican fútbol, 11 alumnos que practican tenis, 6 alumnos que practican los tres deportes, 2 alumnos que practican fútbol y básquet pero no tenis, 1 alumno que practica básquet y tenis pero no fútbol, 3 alumnos que practican solo tenis.
¿Cuántos alumnos practican sólo un deporte?
- a) 7 b) 5 c) 15
d) 3 e) 12
33. De un grupo de 45 cachimbos, se sabe que 14 alumnos no tienen 17 años, 20 alumnos no tienen 16 años, 8 alumnos y 3 alumnas no tienen 16 ni 17 años.
¿Cuántas alumnas tienen 16 ó 17 años?
- a) 6 b) 16 c) 27
d) 12 e) 3
34. A un matrimonio asistieron 150 personas, el número de hombres es el doble del número de mujeres.
De los hombres : 23 no usan reloj pero si tienen terno, y 42 tiene reloj.
De las mujeres : las que no usan minifalda son tantas como los hombres que no usan terno ni reloj y 8 tienen minifalda y reloj.
¿Cuántas mujeres usan minifalda, pero no reloj?
- a) 7 b) 6 c) 8
d) 5 e) 9
35. Las fichas de datos personales llenados por 74 estudiantes que ingresaron a San Marcos, arrojaron los siguientes resultados:
- * 20 estudiantes son de Lima.
 - * 49 se prepararon en academia.
 - * 27 postularon por primera vez.
 - * 13 de Lima se prepararon en academia.
 - * 17 postularon por primera vez y se prepararon en academia.
 - * 7 de Lima postularon por primera vez.
 - * 8 de provincias que no se prepararon en academia postularon por primera vez.
- Hallar respectivamente:
- I. ¿Cuántos alumnos de Lima que se prepararon en academia postularon por primera vez?
II. ¿Cuántos alumnos de provincias que no se prepararon en academia postularon más de una vez?
- a) 5 y 12 b) 5 y 10 c) 3 y 10
d) 4 y 10 e) 4 y 12

36. Dados los conjuntos:

$$A = \left\{ -3; -2; -1; \frac{1}{2}; 1; 2; 3 \right\}$$

$$B = \{x \in A / -2 < x < 3\} \text{ y}$$

$$C = \{x \in A / 2x^2 + 3x - 2 = 0\}$$

El resultado de $(A - C) \cap B$ es:

- a) $\{-1; 1; 2; 3\}$ b) $\{-1; 1; 2\}$
 c) $\{-1; 1; 3\}$ d) $\{-1; \frac{1}{2}; 1; 2\}$
 e) $\{-1; 1\}$

37. En una escuela de 135 alumnos, 90 practican fútbol, 55 básquetbol y 75 natación. Si 20 alumnos practican los tres deportes y 10 no practican ninguno, ¿cuántos alumnos practican un deporte y sólo uno?

- a) 50 b) 55 c) 60
 d) 70 e) 65

38. De un grupo de 100 señoritas: 10 son solamente flaquitas, 12 solamente morenas, 15 son solamente altas, además 8 tienen por lo menos 2 de estas características. ¿Cuántas señoritas del grupo no tienen ninguna de las tres características?

- a) 50 b) 51 c) 55
 d) Más de 60 e) Menos de 40

39. En un grupo de 100 estudiantes, 49 no llevan el curso de Sociología y 53 no siguen el curso de Filosofía. Si 27 alumnos no siguen Filosofía ni Sociología, ¿cuántos alumnos llevan exactamente uno de tales cursos?

- a) 40 b) 44 c) 48
 d) 52 e) 56

40. De 500 postulantes que se presentaron a las universidades Católica o Lima, 300 postularon a la Católica, igual número a la U de Lima, ingresando la mitad del total de postulantes; los no ingresantes se presentaron a la universidad Ricardo Palma, de estos, 90 no se presentaron a Católica y 130 no se presentaron a la U de Lima. ¿Cuántos postulantes ingresaron a la Católica y a la U de Lima?

- a) 20 b) 30 c) 80
 d) 70 e) 90

41. Sean los conjuntos no disjuntos A; B, C y D donde se sabe que el conjunto A tiene 241 elementos, el conjunto B tiene 274 elementos, el conjunto C tiene 215 elementos y el conjunto D tiene 282 elementos. Calcular el número de elementos que tiene la intersección de los 4 conjuntos si es lo mínimo posible, además se sabe que la unión de los 4 conjuntos es 300.

- a) 68 b) 79 c) 87
 d) 119 e) 112

42. Dados los conjuntos:

$$A = \{3; 7; 8\}$$

$$B = \{2; 3; 6; 9\}$$

Se define:

$$A * B = \{a + b/a \in A \wedge b \in B\}$$

y las proposiciones:

- I. En $A * B$ el elemento mayor es 17.
 II. $n(A * B) = 12$
 III. La suma de los elementos de $A * A$ es 72.
 ¿Cuáles son verdaderas?

- a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
 d) Todas e) I y III

43. Sean los conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{N} / 30 < x! < 50000\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} / 5 < 2^x < 300\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} / 20 < x^x < 4000\}$$

Y las proposiciones:

- I. $A \cap C = C$
 II. $A \cup C = B$
 III. $B \cap C = C$
 IV. $A \cap B = A$
 V. $A = B - C$

Indicar cuántas son correctas

- a) 2 b) 3 c) 5
 d) 1 e) 4

44. Dado los conjuntos:

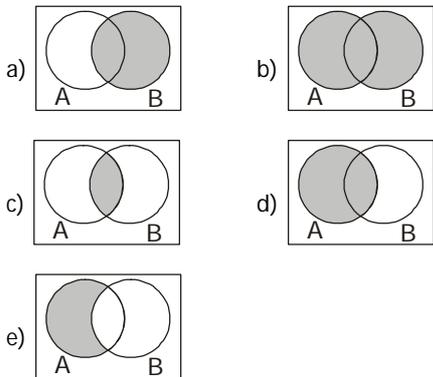
$$M = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{4x-2}{2x+2} \leq 0 \right\}$$

$$N = \{x \in \mathbb{Q} / 4x - 2 \leq 0\}$$

Hallar : $M \cap N$

- a) $\left\{ -1; \frac{1}{2} \right\}$
 b) $\left\{ x \in \mathbb{Q} / -1 < x \leq \frac{1}{2} \right\}$
 c) $\left\{ x \in \mathbb{Q} / x \leq \frac{1}{2} \right\}$
 d) $\left\{ \frac{1}{2} \right\}$
 e) $\{-1; 1; 2\}$

45. La diagramación correcta de la siguiente fórmula es:
 $[(A \cup B) \cap (A' \cup B')] \cup [B \cup (A \cap B)]$



46. Una institución educativa necesita contratar a 25 profesores de Física y a 40 profesores de Matemática. De estos contratados, se espera que 10 realicen funciones tanto de profesor de Física como de profesor de Matemática.
 ¿Cuántos profesores deberá contratar la institución educativa?

- a) 40
- b) 50
- c) 65
- d) 75
- e) 55

47. En un concurso de belleza, participaron 44 señoritas, de las cuales 19 eran de cabello rubio, 19 eran morenas y 22 tenían ojos verdes. También se observó que 5 eran morenas con cabello rubio, 7 eran morenas con ojos verdes y 6 tenían cabello rubio y ojos verdes. También habían dos hermanas que tenían las tres características.
 ¿Cuántas preguntas son necesarias realizar para conocer a dichas hermanas?

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

48. Si en un ómnibus viajan 30 pasajeros entre peruanos y extranjeros, donde hay 9 de sexo femenino extranjero, 6 niños extranjeros, 8 extranjeros de sexo masculino, 10 niños, 4 niñas extranjeras, 8 señoras y 7 señores.
 ¿Cuántas niñas peruanas hay en el autobús?

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 1
- e) 5

49. 41 estudiantes de idiomas, que hablan inglés, francés o alemán son sometidos a un examen de verificación, en el cual se determinó que:
 * 22 hablan inglés y 10 solamente inglés.
 * 23 hablan francés y 8 solamente francés.
 * 19 hablan alemán y 5 solamente alemán.
 ¿Cuántos hablan alemán, pero no inglés?

- a) 9
- b) 10
- c) 11
- d) 12
- e) 13

50. De un grupo de músicos que tocan flauta, quena o tuba se sabe que la octava parte toca sólo flauta, la séptima parte toca sólo quena, la diferencia de los que tocan sólo flauta y los que tocan sólo quena es igual a la cantidad de músicos que tocan sólo tuba. Si además 80 tocan por lo menos 2 de los instrumentos mencionados.
 ¿Cuántos tocan sólo quena?

- a) 13
- b) 14
- c) 15
- d) 16
- e) 17

51. En un conjunto de 30 personas; 16 estudiaron en la universidad A; 11 en la universidad B y 16 en la universidad C.
 Si sólo 2 personas estudiaron en las universidades A, B y C.

¿Cuántos estudiaron exactamente en una de estas universidades, considerando que todas las personas estudiaron al menos en una de dichas universidades?

- a) 16
- b) 17
- c) 18
- d) 19
- e) 20

52. En una encuesta hecha en una urbanización a un grupo de amas de casa sobre el uso de tres tipos de detergente (A, B y C) se obtuvieron los siguientes datos.

Del total : Usan sólo A el 15%; A pero no B el 22%; A y C 11%; B y C 13%.
 La preferencia total de A era del 38%, la de C 26% y ninguna de las marcas mencionadas, el 42%.

Se pregunta :
 A. ¿Qué tanto por ciento prefieren sólo B?
 B. ¿Qué porcentaje de amas de casa prefieren exactamente dos tipos de detergente respecto de las que no prefieren ninguna marca?

- a) 5 y 66,66...%
- b) 4 y 60%
- c) 8 y 26,66...%
- d) 5 y 73,33...%
- e) 6 y 65%

53. Dados los conjuntos A y B donde :
 $A = \{x \in \mathbb{R} / -\infty < x \leq -1\} \cup \{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x < +\infty\}$
 $B = \{y \in \mathbb{R} / 1 \leq y \leq 2\} \cup \{3\}$
 Entonces el conjunto $A \times B$ contiene:

- a) Una semirecta disjunta en el tercer cuadrante.
- b) Dos semirectas disjuntas en el cuarto cuadrante.
- c) No contiene ninguna semirecta disjunta.
- d) Contiene dos semirectas disjuntas, una en el segundo cuadrante y una en el primero.
- e) Dos semirectas disjuntas, una en el primer cuadrante y otra en el tercero.

54. A, B y C son tres conjuntos tales que satisfacen las condiciones siguientes:

1. A está contenido en B y B está contenido en C.
2. Si x es un elemento de C entonces x también es un elemento de A.

Decir ¿cuál de los siguientes enunciados es verdadero?

- a) B no está contenido en A.
- b) C no está contenido en B.
- c) $A = B$ pero C no es igual a B.
- d) La intersección de A con B es el conjunto C.
- e) La reunión de A con B tiene elementos que no pertenecen a C.

55. Se lanzan dos dados juntos.

¿Cuántos pares ordenados se pueden formar con los números de la cara superior?

- a) 12
- b) 6
- c) 18
- d) 36
- e) 72

56. Sean A y B dos conjuntos contenidos en un universo.

Si: $(A - B) \cup (B - A) = A \cup B$

¿Cuál de las siguientes proposiciones es falsa?

- a) $A = A - B$
- b) $B = B - A$
- c) $A \cap B \neq \emptyset$
- d) $B \subset A'$
- e) $(A \cap B)' \supset A \cup B$

57. Para estudiar la calidad de un producto se consideran 3 defectos: A, B y C como los más importantes.

Se analizaron 100 productos con el siguiente resultado:

- 33 productos tienen el defecto A.
- 37 productos tienen el defecto B.
- 44 productos tienen el defecto C.
- 53 productos tienen exactamente un defecto.
- 7 productos tienen exactamente tres defectos.

¿Cuántos productos tienen exactamente dos defectos?

- a) 53
- b) 43
- c) 22
- d) 20
- e) 47

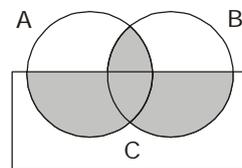
58. ¿Cuál de estas expresiones es incorrecta?

(A^C indica el complemento de A, A y B están contenidos en un mismo conjunto universal)

- a) $(A^C \cap B) \subset B$
- b) $(A \cup B)^C \subset (A^C \cap B^C)$
- c) $(A \cap B)^C \subset (A^C \cup B^C)$
- d) $(A \cap B) \cup (A \cap B^C) = A$
- e) $(A \cap B)^C \subset [(A \cap B^C) \cup (A^C \cap B)]$

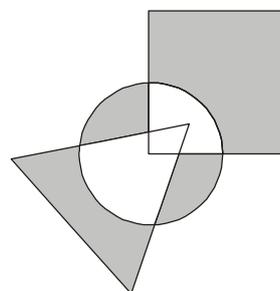
59. El círculo A contiene a las letras a, b, c, d, e, f. El círculo B contiene a las letras b, d, f, g, h. Las letras del rectángulo C que no están en A son h, j, k y las letras de C que no están en B son a, j, k.

¿Cuáles son las letras que están en la figura sombreada?



- a) {b ; d ; f ; g ; h}
- b) {a ; b , d ; f ; h}
- c) {a ; b ; g ; h ; k}
- d) {a ; b ; g ; f ; k}
- e) {a ; b ; d ; f}

60. El conjunto sombreado, mostrado en la figura adjunta, representa una operación entre los conjuntos:



L = cuadrado
M = círculo
N = triángulo

- a) $(M - L \cap N) \cup (L - M)$
- b) $(M - L \cap N) \cup (N - M)$
- c) $(M - L) \cup (M - N)$
- d) $(N - M) \cup (L - M) \cup (L \cap M \cap N)$
- e) $(L - M) \cup [M - (L \cup N)] \cup (N - M)$

Claves

01.	<i>c</i>
02.	<i>b</i>
03.	<i>c</i>
04.	<i>c</i>
05.	<i>d</i>
06.	<i>b</i>
07.	<i>b</i>
08.	<i>d</i>
09.	<i>b</i>
10.	<i>a</i>
11.	<i>e</i>
12.	<i>a</i>
13.	<i>c</i>
14.	<i>c</i>
15.	<i>e</i>
16.	<i>d</i>
17.	<i>a</i>
18.	<i>d</i>
19.	<i>d</i>
20.	<i>d</i>
21.	<i>b</i>
22.	<i>a</i>
23.	<i>b</i>
24.	<i>a</i>
25.	<i>e</i>
26.	<i>b</i>
27.	<i>e</i>
28.	<i>d</i>
29.	<i>c</i>
30.	<i>c</i>

31.	<i>c</i>
32.	<i>c</i>
33.	<i>b</i>
34.	<i>a</i>
35.	<i>b</i>
36.	<i>b</i>
37.	<i>a</i>
38.	<i>c</i>
39.	<i>c</i>
40.	<i>d</i>
41.	<i>e</i>
42.	<i>e</i>
43.	<i>b</i>
44.	<i>b</i>
45.	<i>a</i>
46.	<i>e</i>
47.	<i>d</i>
48.	<i>d</i>
49.	<i>c</i>
50.	<i>d</i>
51.	<i>d</i>
52.	<i>a</i>
53.	<i>d</i>
54.	<i>d</i>
55.	<i>d</i>
56.	<i>c</i>
57.	<i>d</i>
58.	<i>e</i>
59.	<i>b</i>
60.	<i>e</i>