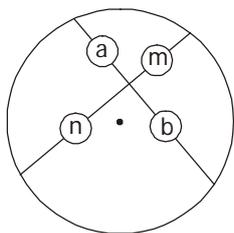


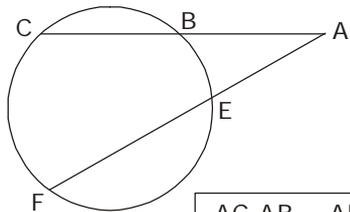
# RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA

## I. TEOREMA DE CUERDAS



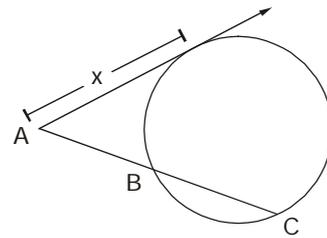
$$a \cdot b = m \cdot n$$

## II. TEOREMA DE LAS SECANTES



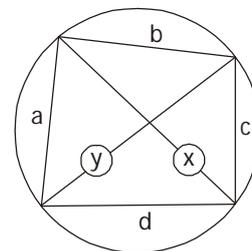
$$AC \cdot AB = AF \cdot AE$$

## III. TEOREMA DE LA TANGENTE



$$x^2 = AC \cdot AB$$

## IV. CUADRILÁTERO INSCRITO

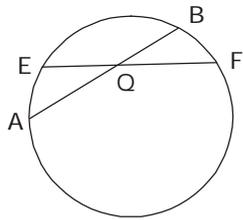


$$xy = ac + bd \quad \text{Ptolomeo}$$

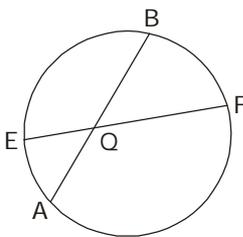
$$\frac{x}{y} = \frac{ab + cd}{ad + bc} \quad \text{Viète}$$

# Test de aprendizaje preliminar

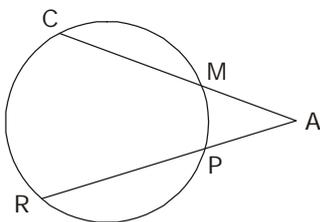
01. Si :  $AQ = QB$ ;  $EQ = 4$  u y  $QF = 9$  u.  
 Calcule :  $AB$ .



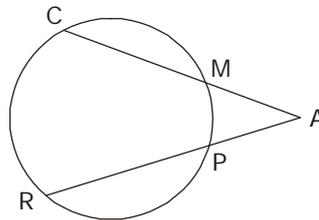
02. Si :  $AQ = QB$ ;  $EQ = 12$  u y  $QF = 27$  u.  
 Calcule :  $AB$ .



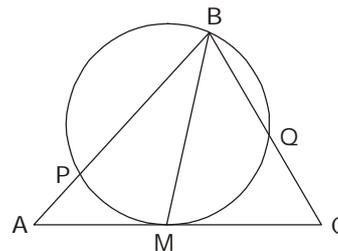
03. En la figura, calcule  $AC$ , si :  
 $MC = 2$  u,  $AR = 8$  u y  $PR = 5$  u.



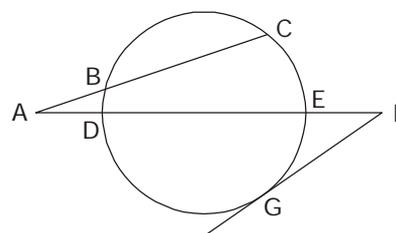
04. En la figura, calcule  $AC$ .  
 Si :  $MC = 4$  u,  $AR = 16$  u y  $PR = 10$  u.



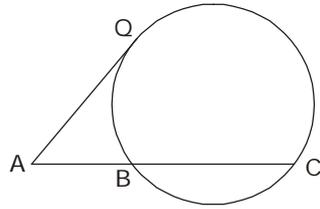
05. Del gráfico :  $AM = MC$ . Calcular  $BQ$ .  
 Siendo :  $AP = 4$  u,  $PB = 5$  u y  $QC = 3$  u.



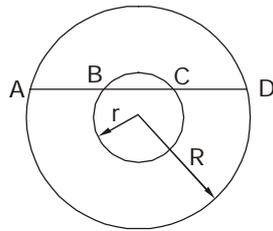
06. Si :  $AB = 3$  u;  $BC = EF$ ;  $AD = 2$  u;  $DE = 10$  u.  
 Calcule :  $FG$ .



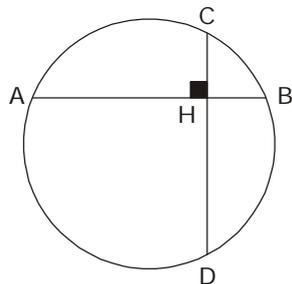
07. Si :  $AB, BC$  y  $AQ$  son valores enteros consecutivos.  
 Calcule  $AQ$ .  
 $Q \rightarrow$  punto de tangencia.



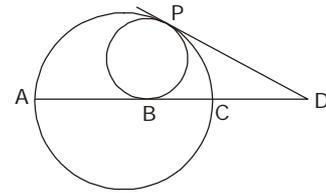
08. Si :  $AB = BC = CD$ . Calcule  $AD$ , si :  
 $R = 9\text{ u}$  y  $r = 7\text{ u}$ .



09. En la figura, calcule  $BD$ , si :  
 $AH = 8\text{ u}$ ,  $CH = 6\text{ u}$  y  $HB = 3\text{ u}$ .

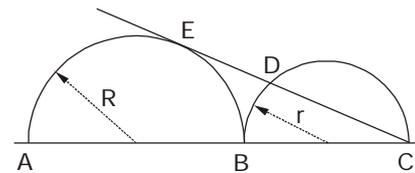


10. Siendo  $P$  y  $B$  puntos de tangencia. Calcule  $CD$ , si :  
 $AB = 4\text{ u}$  y  $BC = 3\text{ u}$ .

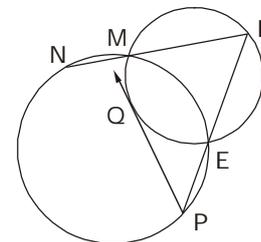


**Practiquemos :**

11. Si :  $CD = DE = 3\text{ u}$ . Calcule  $AC$ .

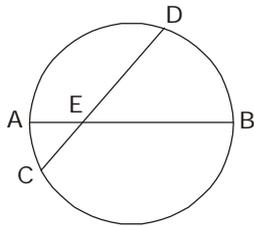


12. Si  $Q$  es punto de tangencia.  
 $MN = 9\text{ u}$ ;  $MF = 16\text{ u}$  y  $4EP = EF$ .  
 Calcule :  $PQ$ .

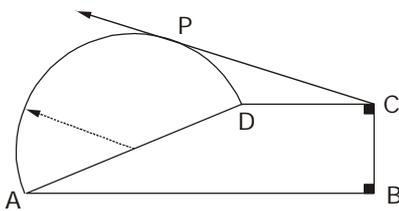


13. Por un punto interior a una circunferencia de radio  $10u$ , se trazan las cuerdas cumpliéndose que el producto de los 4 segmentos determinados es  $625$ . Calcule la distancia entre el punto mencionado hacia el centro de la circunferencia.

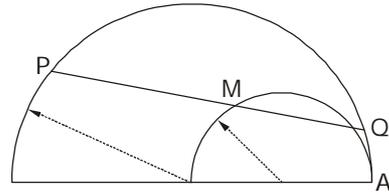
14. Se tiene una circunferencia de diámetro  $AB = 6\text{ m}$ , se traza una cuerda  $CD$  que corta al diámetro en  $E$  y forma un ángulo de  $30^\circ$  con éste. Si la distancia de  $E$  al centro es de  $2\text{ m}$ . ¿Cuánto mide  $CD$ ?



15. Calcule  $PC$ , si :  $CD = 3\text{ u}$  y  $AB = 12\text{ u}$ . "P" es punto de tangencia.



16. En el gráfico,  $PM = 9\text{ u}$ ,  $MQ = 4\text{ u}$ . Calcule  $AM$ .



17. En una circunferencia se trazan  $\overline{AB}$  y  $\overline{EF}$  dos cuerdas secantes en  $Q$ , de modo que  $\overline{EF}$  biseca a  $\overline{AB}$ . Si  $\overline{EQ}$  y  $\overline{AQ}$  miden  $8\text{ u}$  y  $18\text{ u}$  en ese orden. Calcular el valor de  $\overline{AB}$ .

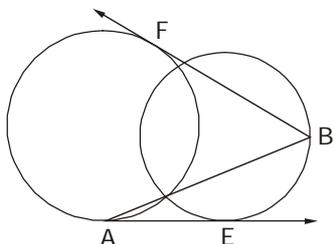
18. Sobre el arco  $AB$  de una circunferencia circunscrita a un triángulo equilátero  $ABC$ , se ubica un punto  $P$ , tal que :  
 $AP = 3\text{ u}$  y  $PB = 5\text{ u}$ . Calcule :  $AB + PC$ .

19. En un triángulo acutángulo  $ABC$  se trazan las alturas  $\overline{AH}$  y  $\overline{CE}$ , tal que :  
 $BE = 2\text{ u}$ ,  $CH = 3\text{ u}$  y  $BH = 5\text{ u}$ . Calcule  $AE$ .

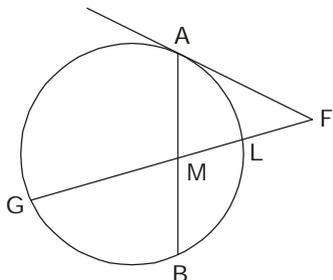
20. Se tiene el trapecio ABCD ( $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ ) isósceles, tal que :  $AC^2 - CD^2 = 4\sqrt{5} u^2$ .  
 Calcule el producto de las bases.

### Problemas propuestos

21. E y F son puntos de tangencia.  
 Marcar la relación correcta :



- a)  $AB^3 = AE^3 + BF^3$   
 b)  $AB^2 = AE^2 + BF^2$   
 c)  $AB^2 = AE \cdot BF$   
 d)  $AB = \frac{AE \cdot BF}{AE + BF}$   
 e)  $AB = \frac{2AE \cdot BF}{AE + BF}$
22. En la figura, A es punto de tangencia.  
 $AF = BM = MB$ .  
 Calcule AM, si :  $FL = 1 u$ ,  $LG = 8 u$ .

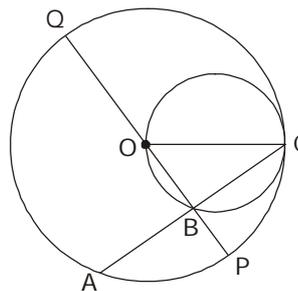


- a) 2 u      b) 3 u      c) 4 u  
 d) 5 u      e) 6 u

23. En un triángulo ABC  $m \angle ABC = 60^\circ$ , cuyo incentro es "I" y  $AB + BC = 12 u$ .  
 Calcule OB. (O circuncentro del triángulo AIC).

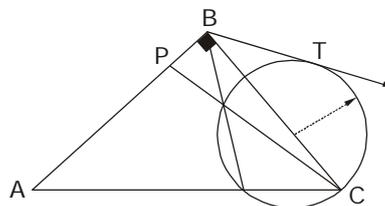
- a)  $6\sqrt{3} u$       b) 6 u      c) 12 u  
 d) 4 u      e)  $4\sqrt{3} u$

24. En la figura, calcule AB, si :  
 $PB = 3 u$  y  $BQ = 12 u$ .  
 (O es centro y C punto de tangencia).



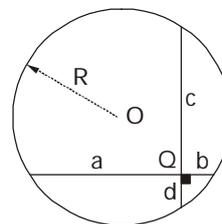
- a) 2 u      b) 4 u      c) 5 u  
 d) 6 u      e) 8 u

25. En el gráfico :  $AP = 8 u$ ,  $PB = 1 u$  y  $m \angle ABC = 90^\circ$ .  
 Calcule BT.



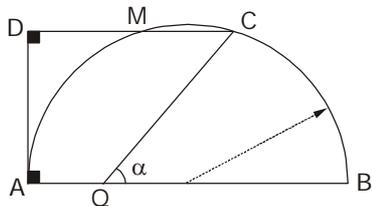
- a)  $4\sqrt{2} u$       b) 3 u      c) 3,5 u  
 d)  $2\sqrt{2} u$       e) 2 u

26. Indicar el valor de verdad de las siguientes relaciones, ( $O \neq Q$ ).

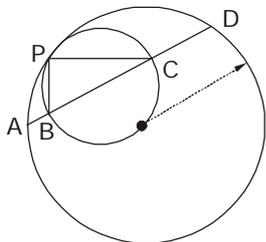


- I.  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$   
 II.  $\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}{R^2} = 4$   
 III.  $2R \leq a + c$
- a) FFF      b) VVF      c) VVV  
 d) FVV      e) FFV

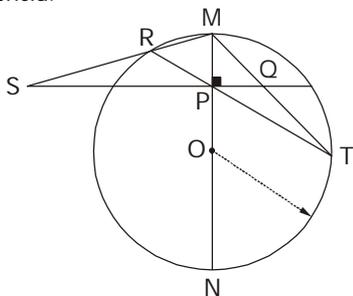
27. En el gráfico :  
 $MC = 12 \text{ u}$  y  $QC = 8\sqrt{2} \text{ u}$  y  $\alpha^\circ = 45^\circ$ . Calcule DM.



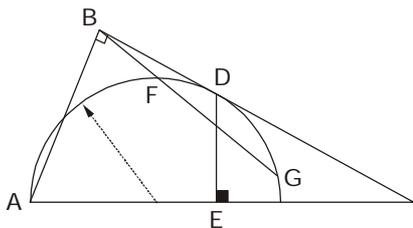
- a) 6 u      b) 3 u      c) 4 u  
 d) 5 u      e) 4,5 u
28. En el gráfico, P es punto de tangencia,  
 $AB = 1 \text{ u}$ ,  $BC = 6 \text{ u}$  y  $CD = 5 \text{ u}$ .  
 Calcule :  $(PB)^2 + (PC)^2$ .



- a)  $40 \text{ u}^2$       b)  $36 \text{ u}^2$       c)  $42 \text{ u}^2$   
 d)  $46 \text{ u}^2$       e)  $30 \text{ u}^2$
29. En el gráfico  $\overline{MN}$  es diámetro,  $OP = 2 \text{ u}$  y  
 $PQ \cdot PS = 60 \text{ u}^2$ . Calcular la longitud del radio de la  
 circunferencia.



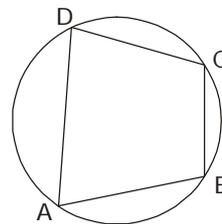
- a) 7 u      b) 6 u      c) 4 u  
 d) 8 u      e) 5 u
30. En el gráfico, D es punto de tangencia,  $DE = 4 \text{ u}$  y  
 $BF = 2 \text{ u}$ . Calcule FG.



- a) 3 u      b) 4 u      c) 5 u  
 d) 6 u      e) 8 u

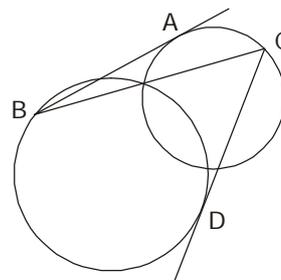
31. Se da un cuadrilátero ABCD inscrito en una  
 circunferencia (como en el gráfico), con diagonales  
 que se intersectan en P.  
 Calcule el valor de :

$$\frac{AP \cdot PC}{PD \cdot PB}$$

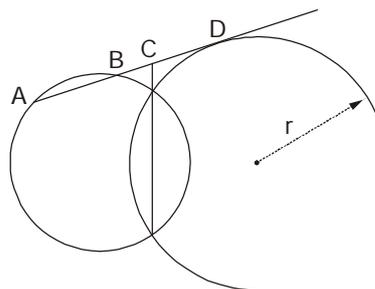


- a) 1/4      b) 1      c) 1/2  
 d) 1/3      e) 3

32. Según el gráfico :  
 $AB = 15 \text{ cm}$ ,  $CD = 8 \text{ cm}$ . Calcule BC.

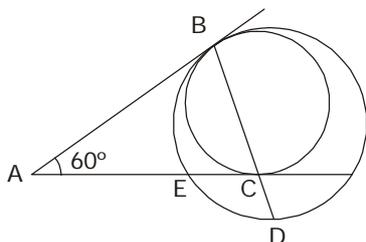


- a) 11 cm      b) 13 cm      c) 15 cm  
 d) 17 cm      e) 19 cm
33. En el gráfico,  $AB = 5 \text{ cm}$ ,  $BC = 4 \text{ cm}$ .  
 Calcule CD.



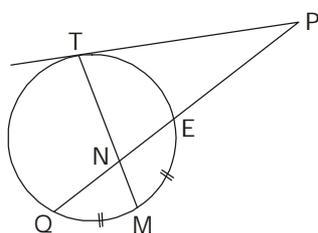
- a) 3 cm      b) 4 cm      c) 5 cm  
 d) 6 cm      e) 7 cm

34. En la figura B y C son puntos de tangencia. Si :  
 $AE = 8 \text{ u}$ ,  $EC = 4 \text{ u}$ . Calcule CD.



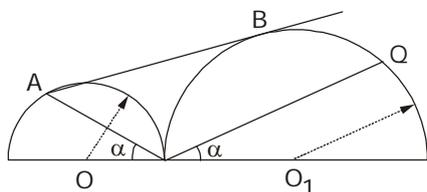
- a) 1 u      b) 2 u      c) 3 u  
 d) 4 u      e) 5 u

35. En el gráfico, calcule QN.  
 ("T" punto de tangencia),  $PT = 9 \text{ u}$ ,  $EN = 3 \text{ u}$ .



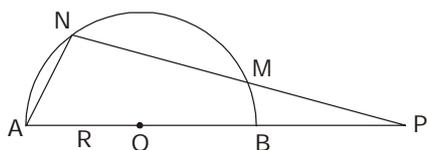
- a) 3 u      b) 3,5 u      c) 4 u  
 d) 4,5 u      e) 5 u

36. En el gráfico, B es punto de tangencia.  
 $AB = 6 \text{ u}$  y  $AP = 4 \text{ u}$ . Calcule PQ.



- a) 4 u      b) 5 u      c) 6 u  
 d) 8 u      e) 9 u

37. En la siguiente figura se muestra una semicircunferencia de centro O y radio R. Siendo MB el lado de un polígono inscrito de 18 lados.  $AN = MP = R$ .  $OP = 5 \text{ u}$ . Calcule MN en función de R.



- a)  $\frac{25-R^2}{R}$       b)  $\frac{25-R}{R^2}$       c)  $\frac{25-2R}{R}$   
 d)  $\frac{25-2R^2}{R}$       e)  $\frac{25-R^2}{2R}$

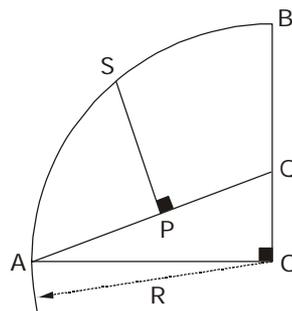
38. Graficar a una semicircunferencia de diámetro  $\overline{AB}$ . Trazar las cuerdas  $\overline{AF}$  y  $\overline{BE}$  que se intersectan en "Q". Calcule el valor de  $\overline{FB}$ , sabiendo que :  
 $AQ = 8 \text{ dm}$ ,  $QF = 4 \text{ dm}$ ,  $QE = 6 \text{ dm}$ .

- a)  $\frac{2}{3}\sqrt{6}$       b)  $\frac{4}{3}\sqrt{11}$       c)  $\frac{4}{3}\sqrt{7}$   
 d)  $\frac{4}{3}\sqrt{10}$       e)  $\frac{16}{3}$

39. Los centros de la circunferencia inscrita y circunscrita a un triángulo son I y O en ese orden. La prolongación de  $\overline{IO}$  corta a la inscrita en P y a la circunscrita en M, al prolongar  $\overline{OI}$  corta a la inscrita en Q y a la circunscrita en N. Calcule el valor del inradio, si :  
 $PM = a$  y  $QN = b$ .

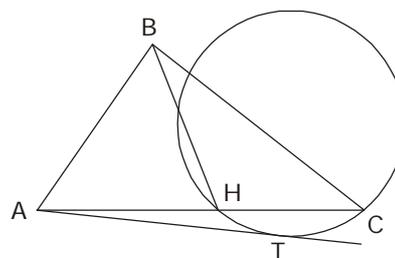
- a)  $\frac{a+b}{3}$       b)  $\frac{2ab}{a+b}$       c)  $\sqrt{ab}$   
 c)  $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$       e)  $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$

40. Calcule : OQ. Si :  $AP = PS = PQ$ .



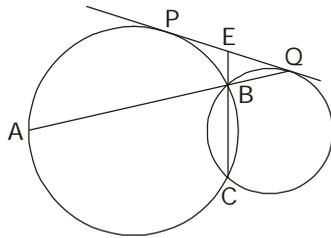
- a)  $\frac{R\sqrt{5}}{5}$       b)  $\frac{R\sqrt{3}}{3}$       c)  $R(\sqrt{2}-1)$   
 d)  $\frac{R}{2}(\sqrt{2}+1)$       e)  $\frac{R}{2}(\sqrt{2}-1)$

41. Calcule : AT, si :  $m\angle ABH = m\angle ACB$  y  $B = 8$ . (T es punto de tangencia).



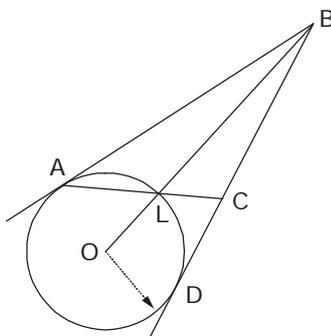
- a) 4 u      b) 6 u      c) 8 u  
 d) 12 u      e) 16 u

42. En el gráfico : P y Q son puntos de tangencia.  
Si :  $AB = 6\text{ u}$ ,  $BQ = 2\text{ u}$ ,  $BC = 3\text{ u}$ , calcule EB.



- a) 0,5 u      b) 1 u      c) 1,5 u  
d) 2 u      e) 1,2 u

43. En el gráfico, calcule AB, si :  
 $AL = 5\text{ u}$  y  $LC = 4\text{ u}$ .  
(A y D son puntos de tangencia).



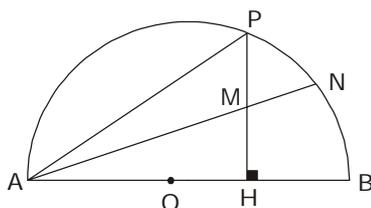
- a) 18 u      b) 20 u      c) 25 u  
d) 30 u      e) 35 u

44. En una circunferencia se trazan los diámetros perpendiculares AB y CD que se cortan en O, luego se trazan las cuerdas BE y BF, las cuales se intersectan con  $\overline{CO}$  y  $\overline{OD}$  en M y N respectivamente. Si el radio de la circunferencia mide 1 u. Calcule :

$$\sqrt{(BM)(BE + (BF)(BN))}$$

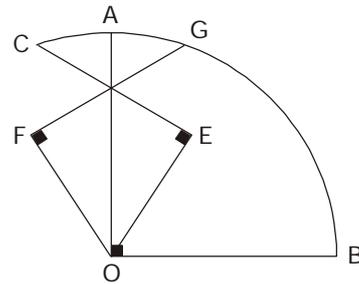
- a) 1 u      b) 2 u      c)  $\sqrt{2}\text{ u}$   
d) 4 u      e)  $2\sqrt{2}\text{ u}$

45. Si :  $AP = 8\text{ u}$ ,  $AM = 6\text{ u}$  y  $\overline{AB}$  es diámetro. Calcule MN.



- a) 4 u      b) 5 u      c)  $7/3\text{ u}$   
d)  $10/3\text{ u}$       e)  $14/3\text{ u}$

46. Del gráfico:  $AO = OB$ ;  $CD = 3\text{ u}$ ;  $GD = 4\text{ u}$  y  $FD = 1\text{ u}$ . Calcule DE.

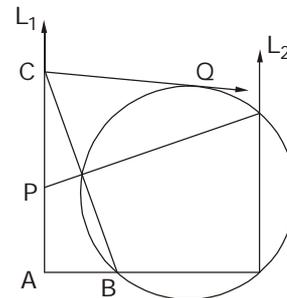


- a) 2 u      b) 2,4 u      c) 2,5 u  
d) 3,5 u      e) 3 u

47. En una circunferencia de 16 cm de diámetro se traza una cuerda  $\overline{TD}$  de 12 cm y por T una tangente  $\overline{TP}$  a la circunferencia, siendo  $\overline{PD}$  una secante que pasa por el centro de la circunferencia. La distancia de P a la circunferencia será en cm.

- a) 52 cm      b) 54 cm      c) 56 cm  
d) 58 cm      e) 50 cm

48. En el gráfico :  $L_1 \parallel L_2$ ,  $AP = 10\text{ u}$  y  $PC = 8\text{ u}$ . Calcule CQ.

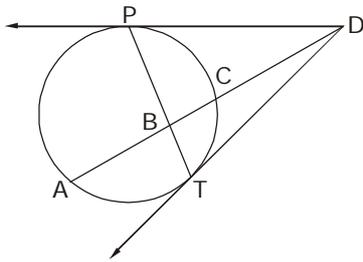


- a) 10 u      b) 12 u      c) 11 u  
d) 16 u      e) 18 u

49. Grafique al cuadrilátero inscriptible ABCD, de modo que :  
 $AB = BD$ ,  $m\angle BCD = 120^\circ$ ,  $BC = 6\text{ u}$  y  $CD = 4\text{ u}$ . Calcule BD.

- a)  $2\sqrt{11}\text{ u}$       b)  $2\sqrt{13}\text{ u}$       c)  $2\sqrt{15}\text{ u}$   
d)  $2\sqrt{17}\text{ u}$       e)  $2\sqrt{19}\text{ u}$

50. En el gráfico, P y T son puntos de tangencia.  
Si :  $AB = a$  y  $BD = b$ , calcule el valor de BC.



- a)  $\frac{ab}{2a+b}$     b)  $\frac{ab}{2b+a}$     c)  $\frac{2ab}{a+b}$   
d)  $\frac{ab}{a+b}$     e)  $\frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{ab}$

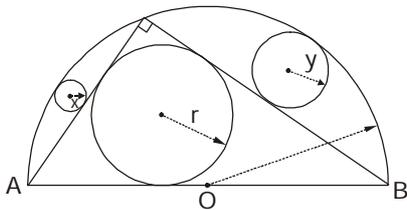
51. En un triángulo inscrito en una circunferencia, las sagitas correspondientes a cada lado mide 1 u, 2 u y 3 u.  
Calcule la medida del menor lado del triángulo.

- a) 5 u    b) 6 u    c) 7 u  
d) 8 u    e) 9 u

52. En un triángulo rectángulo ABC recto en B, se traza la ceviana  $BD = 6u$ . Si los inradios de los triángulos ABD y CBD son iguales, calcular el producto de los exradios relativos a los catetos.

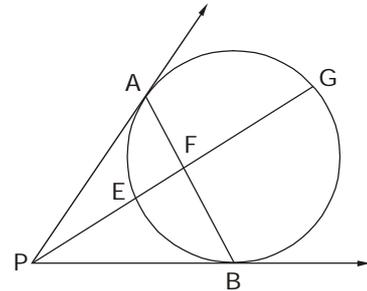
- a)  $15 u^2$     b)  $18 u^2$     c)  $24 u^2$   
d)  $30 u^2$     e)  $36 u^2$

53. Según el gráfico, calcule "r" en función de "x" e "y".  
Si : "x" e "y" tienen valores máximos.



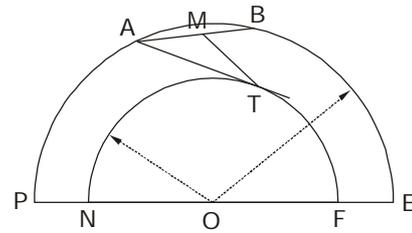
- a)  $2\sqrt{xy}$     b)  $\frac{x+y}{2}$     c)  $2\sqrt{xy}$   
d)  $2\sqrt{2xy}$     e)  $\frac{x+y}{3}$

54. A y B son puntos de tangencia.  
Si :  $EP = 6 u$  y  $EF = 4 u$ . Calcule FG.



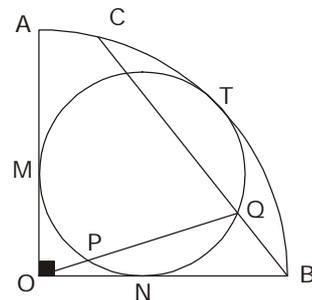
- a) 12 u    b) 16 u    c) 18 u  
d) 20 u    e) 22 u

55. En el gráfico :  
 $NP = 10 u$ ,  $NO = 15 u$ ,  $AM = MB = 7 u$ .  
Calcule MT, si T es un punto de tangencia.



- a) 5 u    b) 10 u    c) 12 u  
d) 15 u    e) 16 u

56. De la figura,  $AO = OB$ ;  $OP = 1u$ ;  $PQ = 3u$ .  
(M, N y T, puntos de tangencia).  
Calcule :  $BQ \cdot QC$ .

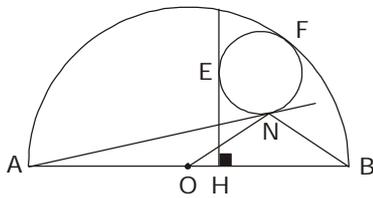


- a)  $(\sqrt{2} - 1) u^2$     b)  $2(\sqrt{3} + 1) u^2$   
c)  $4(2\sqrt{2} - 1) u^2$     d)  $(2\sqrt{2} - 3) u^2$   
e)  $5(\sqrt{2} + 1) u^2$

57. Una cuerda que mide 2m pertenece a una circunferencia de centro O. Dicha cuerda es dividida en media y extrema razón por un punto M. Calcule el radio de la circunferencia, sabiendo que el punto M dista 1 m del centro O.

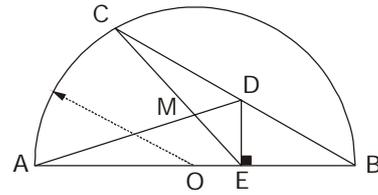
- a)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$  m      b)  $\sqrt{\frac{4+4\sqrt{5}}{7+3\sqrt{5}}}$  m  
 c)  $(\sqrt{5}+1)$  m      d)  $2(\sqrt{5}-1)$  m  
 e)  $\sqrt{\frac{11+7\sqrt{5}}{7+3\sqrt{5}}}$  m

58. En el gráfico : AH = 12 u, HB = 4 u y BN = 6 u. Calcule ON.



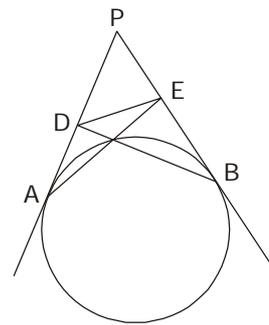
- a) 5 u      b)  $5\sqrt{3}$  u      c)  $6\sqrt{3}$  u  
 d)  $4\sqrt{3}$  u      e)  $5\sqrt{2}$  u

59. Calcule MD, si : ME = 6 u y 2(AM) = 3(CM).



- a) 1 u      b) 2 u      c) 3 u  
 d) 6 u      e) 4 u

60. En el gráfico: A y B son puntos de tangencia. Si : DA = a y EB = b.



- a)  $\sqrt{a^2+ab+b^2}$       b)  $\sqrt{a^2-ab+b^2}$   
 c)  $\sqrt{a^2+2ab+2b^2}$       d)  $\sqrt{a^2+ab-b^2}$   
 e)  $\sqrt{a^2+a-b^2}$

# Claves

21.	<i>b</i>
22.	<i>c</i>
23.	<i>e</i>
24.	<i>d</i>
25.	<i>b</i>
26.	<i>d</i>
27.	<i>c</i>
28.	<i>d</i>
29.	<i>d</i>
30.	<i>d</i>
31.	<i>b</i>
32.	<i>d</i>
33.	<i>d</i>
34.	<i>b</i>
35.	<i>d</i>
36.	<i>b</i>
37.	<i>d</i>
38.	<i>c</i>
39.	<i>c</i>
40.	<i>c</i>

41.	<i>c</i>
42.	<i>b</i>
43.	<i>d</i>
44.	<i>b</i>
45.	<i>e</i>
46.	<i>c</i>
47.	<i>c</i>
48.	<i>b</i>
49.	<i>e</i>
50.	<i>a</i>
51.	<i>b</i>
52.	<i>e</i>
53.	<i>d</i>
54.	<i>d</i>
55.	<i>d</i>
56.	<i>c</i>
57.	<i>e</i>
58.	<i>e</i>
59.	<i>e</i>
60.	<i>b</i>

