Capítulo 8

RADICACIÓN

RADICACIÓN

Es la operación que tiene como objetivo calcular una expresión llamada raíz, tal que elevada al índice resulte otra expresión llamada radicando o cantidad subradical.

Veamos :

Si : $\sqrt[n]{A} = b \Rightarrow \boxed{b^n = A}$

En donde :

$\sqrt[n]{A} \longrightarrow$ radical
A $\longrightarrow$ radicando o cantidad subradical
b $\longrightarrow$ raíz
n $\longrightarrow$ índice
$\sqrt{\ }$ $\longrightarrow$ signo de radical

Valor Aritmético de un radical

Es aquel valor real, positivo y único, que elevado al índice, reproduce al radicando.

Observación :

Cuando se tiene $\sqrt[n]{A}$ implícitamente nos están pidiendo el valor aritmético.

Debemos tener en cuenta la definición :

$$\boxed{\sqrt{x^2} = |x|}$$

Radicales Homogéneos

Son aquellos que tienen índices iguales. Es importante tener en cuenta que las operaciones de multiplicación y división, sólo se pueden efectuar entre radicales homogéneos.

Ejemplo :

* Son radicales homogéneos.

$\sqrt[5]{xy}$; $\sqrt[5]{a}$; $\sqrt[5]{zw^2}$

* Multiplicación.

$$\sqrt[n]{a}\ \sqrt[n]{b}\ \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{abc}$$

* División.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Radicales Semejantes

Son aquellos que tienen índices y radicandos iguales. Estos radicales son los únicos en los que se puede efectuar la adición o sustracción.

Ejemplos :

* $5\sqrt[4]{xy}$; $\frac{1}{2}\sqrt[4]{xy}$; $a\sqrt[4]{xy} \rightarrow$ radicales semejantes.

Adición : $3\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

Sustracción : $11\sqrt[3]{4} - 8\sqrt[3]{4} = 3\sqrt[3]{4}$

Transformación de radicales dobles en simples

I. ***Radicales de la forma*** : $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$

Primer Método :

$$\boxed{\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+c}{2}} \pm \sqrt{\frac{A-c}{2}}}$$

Donde :

$c = \sqrt{A^2 - B} \rightarrow$ debe ser racional
($\sqrt{\ }$ exacta)

Ejemplo : Descomponer :

* $\sqrt{5 + \sqrt{24}}$

calculemos "c" ; donde : A = 5; B = 24.

$$c = \sqrt{5^2 - 24} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{5 + \sqrt{2}} = \sqrt{\frac{5+1}{2}} + \sqrt{\frac{5-1}{2}}$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

Segundo Método

Se forma trinomio cuadrado perfecto, recordemos que:

$$(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2 = a + b \pm 2\sqrt{ab}$$

Veamos :

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{a + b \pm 2\sqrt{ab}} = \sqrt{(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b} \ (a > b)$$

Ejemplo :

* $\sqrt{8 - \sqrt{60}} = \sqrt{5 + 3 - 2\sqrt{5 \times 3}} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$

II. ***Radicales de la forma*** : $\sqrt[3]{A \pm \sqrt{B}}$

$$\sqrt[3]{A \pm \sqrt{B}} = x \pm \sqrt{y} \quad (x \, \varepsilon \, Q; \, y \, \varepsilon \, Q^{+}).$$

Los valores de "x" e "y" y se obtienen resolviendo las siguientes ecuaciones :

$4x^3 = A + 3Cx$ ...... (1)

$x^2 - y = C$ ...... (2)

Donde :

$C = \sqrt[3]{A^2 - B} \rightarrow$ racional ($\sqrt[3]{\ }$ exacta) .

Sugerencia : como "x" es racional entero, es recomendable "tantear" con valores enteros de "x", en la ecuación (1).

Ejemplo :

Transformar : $\sqrt[3]{10 + \sqrt{108}}$
tendremos :

$\sqrt[3]{10 + \sqrt{108}} = x + \sqrt{y}$ .... (α)

como : A = 10; B = 108, entonces :

$C = \sqrt[3]{10^2 - 108} = -2$

Luego en (1) :

$4x^3 = 10 + 3(-2)x$

$4x^3 = 10 - 6x \rightarrow$ se verifica para : x = 1

Ahora en (2) :

$x^2 - y = -2 \rightarrow 1^2 - y = 2 \Rightarrow y = 3$

Reemplazando en (α) :

$$\sqrt[3]{10 + \sqrt{108}} = 1 + \sqrt{3}$$

Observación :

El mismo método se utiliza para la forma :

$$\sqrt[3]{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}}$$

reemplazando en todas las ecuaciones :

$\sqrt{A}$ por "A" y $\sqrt{x}$ por "x".

RACIONALIZACIÓN

Es el proceso que consiste en transformar el denominador irracional de una fracción; en otro que sea racional.

Factor racionalizante (F.R.)

Es aquella expresión irracional que, al multiplicarla, por una cierta expresión irracional dada la transforma en racional.

Propiedad

Para racionalizar una fracción bastará con multiplicar sus términos por el factor racionalizante del denominador.

Casos de Racionalización

I. Racionalización de Expresiones Monomiales

En este caso, el factor racionalizante es homogéneo con la expresión para racionalizar, debe cumplirse que luego de la multiplicación los exponentes del radicando deben ser iguales al índice o al menor de sus múltiplos.

Ejemplo :
Racionalizar el denominador de :

$$\frac{N}{\sqrt[7]{x^4 y^{12}}}$$

tendremos :

$$\frac{N}{\sqrt[7]{x^4 y^{12}}} \cdot \underbrace{\frac{\sqrt[7]{x^3 y^2}}{\sqrt[7]{x^3 y^2}}}_{F.R.}$$

4 + 3 ⟶ igual al índice

12 + 2 = 14 (menor múltiplo de 7)

$$\frac{N.(F.R.)}{\sqrt[7]{x^7 y^{14}}} = \frac{N.(F.R.)}{xy^2} \rightarrow \text{denominador racional}$$

II. *Racionalización de Suma o Resta de Radicales con índice 2 o sus potencias*

En este caso, el factor racionalizante se obtiene utilizando la diferencia de cuadrados.

Recordemos :

$$\boxed{(\sqrt{A}+\sqrt{B})(\sqrt{A}-\sqrt{B})=A-B}$$

Ejemplo :

Racionalizar el denominador de :

$$\frac{k}{\sqrt[4]{x}-\sqrt{y}}$$

Tendremos :

$$\frac{k}{\sqrt[4]{x}-\sqrt{y}}\cdot\overbrace{\frac{\sqrt[4]{x}+\sqrt{y}}{\sqrt[4]{x}+\sqrt{y}}}^{FR_1}\rightarrow\frac{k\,FR_1}{\sqrt{x}-y}$$

$$\frac{k\;RF_1}{\sqrt{x}-y}\cdot\overbrace{\frac{\sqrt{x}+y}{\sqrt{x}+y}}^{FR_2}\rightarrow\frac{k\,FR_1\,FR_2}{x-y^2}$$

denominador racional

III. *Racionalización de suma o resta de radicales con índice 3 o sus potencias*

En este caso, el factor racionalizante se obtiene utilizando la suma o diferencia de cubos.

Recordemos :

$$\boxed{(\sqrt[3]{A}\pm\sqrt[3]{B})(\sqrt[3]{A^2}\mp\sqrt[3]{AB}+\sqrt[3]{B^2})=A\pm B}$$

Ejemplo :

Racionalizar el denominador de :

$$\frac{P}{x-\sqrt[3]{y}}$$

Tendremos :

$$\frac{P}{x-\sqrt[3]{y}}\cdot\overbrace{\frac{x^2+x\sqrt[3]{y}+\sqrt[3]{y^2}}{x^2+x\sqrt[3]{y}+\sqrt[3]{y^2}}}^{FR_1}=\frac{P.FR_1}{x^3-y}$$

denominador racional

IV. *Racionalización de Radicales de la forma*

$$\boxed{\sqrt[n]{a}\pm\sqrt[n]{b}}$$

En este caso, el factor racionalizante se obtiene utilizando cocientes notables, de la siguiente manera :

* $(\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{b})(\sqrt[n]{a^{n-1}}+\sqrt[n]{a^{n-2}b}+\sqrt[n]{a^{n-3}b^2}+...$
$...+\sqrt[n]{b^{n-1}}=a-b$ $(n\rightarrow$ par o impar$)$

* $(\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b})(\sqrt[n]{a^{n-1}}-\sqrt[n]{a^{n-2}b}+\sqrt[n]{a^{n-3}b^2}+...$
$...+\sqrt[n]{b^{n-1}}=a+b$ $(n\rightarrow$ impar$)$

* $(\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b})(\sqrt[n]{a^{n-1}}-\sqrt[n]{a^{n-2}b}+\sqrt[n]{a^{n-3}b^2}+...$
$...-\sqrt[n]{b^{n-1}}=a+b$ $(n\rightarrow$ par$)$

Ejemplo :

Racionalizar el denominador de :

$$\frac{M}{\sqrt[7]{x}-\sqrt[7]{b}}$$

Tendremos :

$$\frac{M}{\sqrt[7]{x}-\sqrt[7]{b}}\cdot\frac{FR}{\sqrt[7]{x^6}+\sqrt[7]{x^5b}+\sqrt[7]{x^4b^2}+...+\sqrt[7]{b^6}}=\frac{M.FR}{x-b}$$

denominador racional

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Efectuar :

$$(2\sqrt{3}+1)(3\sqrt{3}-2)+\sqrt[4]{9}$$

a) $-2\sqrt{3}$ b) 0 c) $6-2\sqrt{3}$
d) 16 e) -1

02. Calcular :

$$\sqrt{(3\sqrt{2}+2)^2+(2\sqrt{2}-3)^2+10}$$

a) 4 b) 7 c) $\sqrt{31}$
d) 6 e) 9

03. Efectuar :

$$\sqrt{5-\sqrt{7}}\,.\sqrt{3+\sqrt{7}}-\sqrt{7}$$

a) $-\sqrt{7}$ b) -1 c) $\sqrt{7}$
d) 1 e) $\sqrt{7}+1$

04. Efectuar :

$$E=\sqrt[3]{2}\;\sqrt[3]{\sqrt{3}+1}\;\sqrt[6]{16-2\sqrt{48}}$$

a) $\sqrt[6]{3}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{2}$
d) 2 e) 1

05. Calcular :

$$\sqrt{\sqrt{2}+\sqrt{5-3\sqrt{6}-\sqrt{2}+\sqrt{8+2\sqrt{12}}}}$$

a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt[4]{3}$
c) $\sqrt{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}$ d) $\sqrt{2\sqrt{2}}$
e) $\sqrt[4]{2}$

06. Efectuar :

$$(\sqrt{9-4\sqrt{5}}+2)^2+\sqrt{14-6\sqrt{5}}$$

a) $8-\sqrt{5}$ b) 5 c) $7+2\sqrt{5}$
d) $\sqrt{5}-1$ e) $3-4\sqrt{5}$

07. Simplificar :

$$\frac{\sqrt[3]{54}+\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{250}}+\frac{\sqrt{32}+\sqrt{18}-\sqrt{8}}{\sqrt{50}}$$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 5 e) $\sqrt[3]{2}-\sqrt{2}$

08. Reducir :

$$E=\frac{\sqrt{x^3y^2}}{\sqrt[3]{x^3y^2}}-\sqrt[6]{x^3y^2}$$

a) 0 b) x c) x - y
d) xy e) $\sqrt{xy}-x$

09. Efectuar :

$$R=\frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{6}-2}+\frac{1}{2+\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

a) 2 b) -2 c) 1
d) 0 e) -1

10. Hallar el verdadero valor de :

$$E=\frac{x+7}{\sqrt{x+9}-\sqrt{2}}\ ;\ \text{para : } x=-7.$$

a) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\sqrt{2}$
d) $2\sqrt{2}$ e) 2

11. Sea :

$$E=\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$$

Entonces la expresión racionalizada es :

a) $(\sqrt{12}+\sqrt{18}-\sqrt{30})/12$
b) $(\sqrt{15}+\sqrt{18}-\sqrt{30})/18$
c) $(\sqrt{12}-\sqrt{18}+\sqrt{30})/12$
d) $(\sqrt{15}-\sqrt{18}+\sqrt{30})/18$
e) $(\sqrt{12}-\sqrt{15}-\sqrt{30})/12$

12. Si se cumple :

$$\frac{3+4\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}-\sqrt{5}}=\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}\ ;\ \text{donde :}$$

$x > y > z$.
Calcule :

$$\sqrt{(x-y)(x-z)(y-2z)}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) $\sqrt{3}$ e) $2\sqrt{2}$

13. Indicar el denominador racionalizado de :

$$E=\frac{1}{\sqrt{35}-\sqrt{6}+\sqrt{21}-\sqrt{10}}$$

a) 8 b) 20 c) 10
d) 40 e) 25

14. Calcular :

$$E=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}}\cdot\frac{2}{1-\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{6}$ c) $\sqrt{2}$
d) $\sqrt{3}-1$ e) $\sqrt{6}+1$

15. Si :

$$\sqrt{m+2\sqrt{n}}=\frac{2}{\sqrt{3}+1}+\frac{7}{\sqrt{8}-1}$$

Calcular : m + n.

a) 15 b) 25 c) 35
d) 45 e) 55

16. Efectuar :

$$E=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\left(\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}\right)$$

a) 2 b) $\frac{1}{2}$ c) $\sqrt{2}$
d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

17. Si :

$$a=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\ ;\ \ b=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$$

Calcular : $V=a^3b-ab^3$

a) 0 b) 1 c) 2
d) $-24\sqrt{2}$ e) $-2\sqrt{2}$

18. Efectuar :

$$\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\left[\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}}}\right]^{-1}$$

a) $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}$
d) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $\sqrt{3}+1$

19. Reducir :

$$B=\sqrt{5}-\sqrt{2}\left(\sqrt{4+\sqrt{15}}-\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)$$

a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ c) $\sqrt{5}-2$
d) 1 e) $2\sqrt{5}-\sqrt{3}$

20. Efectuar :

$$K=\sqrt{3+\sqrt{9+\sqrt{80}}+\sqrt{21-\sqrt{320}}}$$

a) 2 b) 3 c) 5
d) $\sqrt{7}$ e) $\sqrt{5}$

21. Efectuar :

$$\frac{4}{\sqrt{8+4\sqrt{3}}}+\frac{3}{\sqrt{7-2\sqrt{10}}}-\frac{1}{\sqrt{11-2\sqrt{30}}}$$

a) 1 b) $\sqrt{5}$ c) 2
d) 0 e) $\sqrt{3}$

22. Calcular : $x+y+z$, si :

$$\sqrt{\sqrt[3]{4}-1}=\sqrt[6]{x}-\sqrt[6]{y}+\sqrt[6]{z}$$

a) 7/3 b) 7/9 c) 5/3
d) 5/9 e) 3/7

23. Calcular "x", en : $\sqrt{2b-\sqrt{3b^2}}=\sqrt{x}-\sqrt{2}$

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

24. Indicar el denominador racionalizado de :

$$\frac{4\sqrt{7}}{18+6\sqrt{7}+6\sqrt{2}+2\sqrt{14}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 7

25. Sabiendo que : $n\varepsilon Z^+$; $\sqrt{a}$ y $\sqrt{b}$ reales que verifican : $\sqrt{n+1+\sqrt{n!}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$
Además : ab = (n-1)!. Hallar : a + b.

a) 5 b) 6 c) 7
d) 13 e) 8

26. Hallar el verdadero valor de :

$$E=\frac{x-8}{\sqrt{x+1}-3}\ ;\ \text{para } x=8.$$

a) 1/3 b) 1/6 c) 6
d) 3 e) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

27. Calcular el verdadero valor de :

$$M = \frac{xy - 4x}{\sqrt{xy} + \sqrt{3y} - 2\sqrt{x} - 2\sqrt{3}}$$

para : x = 3, y = 4.

a) $2\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{3}$ c) $4\sqrt{3}$
d) 3 e) 4

28. Calcular el verdadero valor de :

$$E = \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{\sqrt{x-4} - 2} \text{ ; para : } x = 8$$

a) 2/3 b) 4/5 c) 1/3
d) 1/6 e) -1/3

29. Hallar el verdadero valor de :

$$F = \frac{x^2 - 3x}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3}} \text{ ; para } x = 3.$$

a) 9 b) $3\sqrt[3]{3}$ c) $\sqrt[3]{9}$
d) $9\sqrt[3]{9}$ e) $\sqrt[3]{3}$

30. Hallar el verdadero valor de la fracción :

$$P(x) = \frac{3 - \sqrt{4+x}}{x-5}$$

cuando : x = 5.

a) 1/6 b) -1/6 c) 6
d) -6 e) 1

31. Si se cumple :

$$\sqrt{5x - 2 + 2\sqrt{6x^2 - 7x - 3}} = \sqrt{ax+b} + \sqrt{cx-a}$$

de modo que : {a, b, c} $\subset$ N.
Calcular : a + b + c.

a) b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

32. Sabiendo que : $x^2 = x + 1;\ x > 0$
Reducir :

$$E = \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{\frac{x-1}{2}}$$

a) $\frac{\sqrt{x}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{2x}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
d) $\frac{x}{\sqrt{2}}$ e) $\frac{2\sqrt{x}}{2}$

33. Racionalizar :

$$\frac{2}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}},$$

la expresión resultante es :

a) $1-\sqrt{2}+\sqrt{6}-\sqrt{3}$
b) $1+\sqrt{2}-\sqrt{6}-\sqrt{3}$
c) $1-\sqrt{2}-\sqrt{6}+\sqrt{3}$
d) $-1+\sqrt{2}-\sqrt{6}+\sqrt{3}$
e) $-1+\sqrt{2}+\sqrt{6}-\sqrt{3}$

34. Si al dividir : $\sqrt{26-2\sqrt{7}}$ entre $\sqrt{3-\sqrt{7}}$ se obtiene una expresión de la forma $a+\sqrt{b}$ donde "a" y "b" son enteros positivos, entonces $a^2 - b$ es :

a) 9 b) 15 c) 29
d) 2 e) 18

35. Proporcionar el valor de : $\sqrt[4]{\frac{\alpha}{\theta}}$

A partir de : $\sqrt{11\sqrt{2} - 12} = \sqrt[4]{\alpha} - \sqrt[4]{\theta}$

$\alpha > \theta \wedge \{\alpha, \theta\} \subset N$

a) 1 b) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
d) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ e) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

36. Racionalizar :

$$A = \frac{1}{\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{20} + \sqrt[3]{16}}$$

a) 1 b) 9
c) $\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}$ d) $\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{4}$
e) $\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{2}$

37. Indicar el denominador racionalizado de :

$$F = \frac{1}{1 + \sqrt[6]{16} - \sqrt[6]{2000} - \sqrt{5}}$$

a) 1 b) 20 c) 10
d) 5 e) 8

38. ¿Cuál es el denominador que se obtiene al racionalizar:

$$\frac{1}{1+\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{4}} \ ?$$

a) 13 b) 17 c) 19
d) 23 e) 29

39. Racionalizar el denominador de :

$$F=\frac{1}{\sqrt[5]{8}-\sqrt[5]{4}+1}$$

e indicar la suma de cifras de éste.

a) 9 b) 10 c) 11
d) 12 e) 13

40. Si la expresión :

$$R=\sqrt{10}\left[\frac{\sqrt{\sqrt{10}+3}+\sqrt{\sqrt{10}-3}}{\sqrt{\sqrt{10}+1}-\sqrt{\sqrt{10}-1}}\right]$$

es equivalente a : $\alpha\sqrt{\theta}+\theta.\sqrt{\frac{\alpha}{2}}$ donde :

$\alpha \wedge \theta \varepsilon N$. Calcular el valor de : "$\alpha.\theta$".

a) 8 b) 6 c) 20
d) 12 e) 16

41. Efectuar :

$$E=\frac{1}{\sqrt[3]{12}+\sqrt[3]{18}+3}-1$$

a) 1 b) $\frac{\sqrt[3]{18}}{3}$ c) $\frac{\sqrt[3]{12}}{3}$

d) $\frac{\sqrt[3]{12}}{6}$ e) $-\frac{\sqrt[3]{18}}{3}$

42. Calcular :

$$E=\frac{a+\sqrt{a^2-1}}{a-\sqrt{a^2-1}}-\frac{a-\sqrt{a^2-1}}{a+\sqrt{a^2-1}}$$

para : $a^4-a^2=6$

a) $4\sqrt{6}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $3\sqrt{2}$

d) $4\sqrt{3}$ e) $2\sqrt{6}$

43. Reducir :

$$A=\frac{\sqrt{x+24+10\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x+15+8\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}$$

Siendo : 1 < x < 2.

a) 1 b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{8}{5}$

d) x - 1 e) $\sqrt{x-1}$

44. Hallar : $k^{3/4}$, si :

$$\sqrt{2\sqrt{2}+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}=\sqrt[6]{2}+\sqrt[4]{k}$$

a) 2 b) 1/2 c) 3
d) 1/4 e) 4

45. Dar la suma de las cuartas potencias de los radicales simples que se obtienen al descomponer :

$$\sqrt{4+3\sqrt{2}}$$

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

46. Hallar : $a+b$, si la expresión :

$$E=\left[\frac{a+b\sqrt{2}}{2b-\sqrt{2}\,b+(\sqrt{2}-1)a}\right]^2$$

se le puede dar forma $a+\sqrt{b}$ donde : "a" y "b" son enteros positivos.

a) 17 b) 12 c) 11
d) 19 e) No se puede determinar.

47. Si : x > 1, reducir :

$$\frac{\sqrt{x+\sqrt{x^2-1}}}{2}+\frac{\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}}}{2}$$

a) $\sqrt{\frac{x+1}{2}}$ b) $\sqrt{x^2-1}$ c) $\sqrt{x-1}$

d) $\sqrt{x^2+1}$ e) $\sqrt{x}$

48. La expresión :

$$\frac{1}{\sqrt{2x+5+2\sqrt{x^2+5x+6}}}$$

es equivalente a :

a) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x+2}$ b) $\sqrt{x+3}-\sqrt{x+2}$
c) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x-2}$ d) $\sqrt{x+3}-\sqrt{x-2}$
e) 1

49. Descomponer en radicales :

$$\sqrt[4]{7+\sqrt{48}}$$

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{6}}{3}+\frac{\sqrt{6}}{2}$

c) $\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{5}$ d) $\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$

e) $\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

50. Hallar el verdadero valor de :

$$\frac{a-3\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{a}-3}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{a}-6}$$

para : a = 27.

a) 2 b) 3 c) 1
d) 0 e) 1/3

51. Calcular el verdadero valor de :

$$E=\frac{\sqrt[3]{x+6}-2}{\sqrt{x+2}-2}\ ;\ \text{para : } x=2.$$

a) 3 b) 4 c) 1/4
d) 1/3 e) 3/4

52. Si : $\frac{5}{2}<x<3$ el equivalente de :

$$\sqrt{2x-2\sqrt{6x-9}}+\sqrt{2x-1-2\sqrt{4x-6}}$$

es :

a) $2\sqrt{2x-3}-\sqrt{3}-\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{2x}-3$
c) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ d) $2-\sqrt{3}$
e) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

53. Si : $\sqrt{a+4\sqrt{b+2}}=\sqrt{a-2}+\sqrt{2b}$
$\{a;b\}\subset N/a>b$. Mostrar un radical simple de : $\sqrt{a+b+2\sqrt{a+6b}}$.

a) $\sqrt{7}$ b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{3}$
d) $\sqrt{2}$ e) a ó d

54. Si :

$$E=\sqrt[3]{\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{\frac{2}{9}}+\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$$

Calcular : $(E^3+1)^3$

a) 1/3 b) 3 c) 1
d) 8 e) 2

55. Calcular :

$$A=\frac{(1-\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})^3}{\sqrt[3]{2}-1}$$

a) 1 b) 2 c) 9
d) 2/3 e) 3/2

56. Calcular :

$$H=\frac{1}{\sqrt{2}+2}+\frac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}+\frac{1}{6+4\sqrt{3}}+\frac{1}{10+4\sqrt{5}}+...$$
$$...+\frac{1}{990+100\sqrt{99}}$$

a) 1 b) 0,3 c) 0,8
d) 0,9 e) $0,\widehat{7}$

57. Calcular :

$$F=\frac{\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}}{\sqrt{\sqrt[3]{4}-1}}$$

a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{1}{\sqrt[6]{3}}$ c) $\sqrt[3]{3}$
d) $\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$ e) $\sqrt[3]{2}$

58. Si T es una expresión definida por :

$$T=\sqrt{\sqrt{2}-1}\ \{\sqrt{112+80\sqrt{2}}-\sqrt{68+52\sqrt{2}}\}$$

entonces al tranformar a radicales simples se obtiene :

a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) 2
d) 4 e) $3\sqrt{2}$

59. Si : $\{x;y;z\}\subset Q^+$ proporcionar el valor de "x+y+z", de tal modo que se verifique :

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}=\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}+\sqrt[3]{z}$$

a) 0,7 b) $0,\widehat{6}$ c) 0,6
d) $0,\widehat{7}$ e) 0,78

60. Calcular el verdadero valor de :

$$F(x)=\frac{x\sqrt{x-1}-\sqrt{\frac{x+2}{x-1}}}{x-2}$$

para : x = 2.

a) -2 b) $2\sqrt{2}$ c) 4
d) $\frac{11}{4}$ e) $-\frac{3}{2}$

Claves

01.	d
02.	b
03.	d
04.	d
05.	b
06.	a
07.	c
08.	a
09.	a
10.	d
11.	a
12.	b
13.	c
14.	b
15.	c
16.	c
17.	d
18.	a
19.	d
20.	b
21.	d
22.	b
23.	d
24.	e
25.	a
26.	c
27.	a
28.	c
29.	d
30.	b

31.	c
32.	d
33.	a
34.	e
35.	d
36.	d
37.	b
38.	d
39.	c
40.	c
41.	e
42.	a
43.	c
44.	a
45.	e
46.	c
47.	a
48.	b
49.	d
50.	a
51.	d
52.	e
53.	e
54.	e
55.	c
56.	b
57.	b
58.	c
59.	d
60.	d