

Capítulo

3

PRODUCTOS NOTABLES

MULTIPLICACIÓN ALGEBRAICA

Es la operación que tiene como objetivo determinar una expresión algebraica llamada producto, dadas otras expresiones algebraicas llamadas multiplicando y multiplicador, la igualdad obtenida es una identidad.

Ejemplo :

$$\underbrace{(x+2)}_{\text{multiplicando y multiplicador}} \underbrace{(2x+1)}_{\text{multiplicando y multiplicador}} \equiv \underbrace{2x^2 + 5x + 2}_{\text{producto}}$$

identidad

PRODUCTOS NOTABLES O IDENTIDADES ALGEBRAICAS

1. Binomio al cuadrado

$$\bullet (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\bullet (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Nota : $(a-b)^2 = (b-a)^2$ en general : $(a-b)^{2m} = (b-a)^{2m}$; $(m \in \mathbb{Z})$

2. Identidades de Legendre

$$\bullet (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$\bullet (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

3. Diferencia de cuadrados

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

4. Binomio al cubo

$$\bullet (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \text{ó} \quad \underbrace{(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)}_{\text{Identidad de Cauchy}}$$

$$\bullet (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad \text{ó} \quad \underbrace{(a+b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)}_{\text{Identidad de Cauchy}}$$

5. Identidades de Steven

$$\bullet (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\bullet (x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+ac+bc)x + abc$$

6. Suma y diferencia de cubos

$$\bullet (a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$\bullet (a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

7. **Trinomio al cuadrado**

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

8. **Trinomio al cubo**

$$(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3b^2a + 3b^2c + 3c^2a + 3c^2b + 6abc$$

ó

$$(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(a + c)(b + c)$$

IDENTIDADES ADICIONALES

1. **Identidad de Argan'd**

$$(a^{2n} + a^n b^m + b^{2m})(a^{2n} - a^n b^m + b^{2m}) = a^{4n} + a^{2n} b^{2m} + b^{4m}$$

* Caso particular : $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) = x^4 + x^2 + 1$

2. **Identidades de Lagrange**

- $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$

- $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) = (ax + by + cz)^2 + (ay - bx)^2 + (az - cx)^2 + (bz - cy)^2$

3. **Identidad de Gauss**

- $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

de donde :

- $\frac{1}{2}(a + b + c)[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2] = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

4. **Otras identidades :**

- $(a + b + c)(ab + ac + bc) = (a + b)(a + c)(b + c) + abc$

- $(a + b)^4 - (a - b)^4 = 8ab(a^2 + b^2)$

- $(ab + ac + bc)^2 = a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2 + 2abc(a + b + c)$

Algunas Relaciones Condicionadas :

I. Si : $a + b + c = 0$

1. $a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + ac + bc)$

2. $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

3. $a^4 + b^4 + c^4 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)^2$

4. $a^5 + b^5 + c^5 = -5abc(ab + ac + bc)$

II. Si : $x; y; z \in \mathbb{R} / x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$,
entonces : $x = y = z$.

II. Si : $x; y; z \in \mathbb{R} \wedge m; n; p \in \mathbb{Z}^+ / x^{2m} + y^{2m} + z^{2p} = 0$,
entonces : $x = 0; y = 0; z = 0$.

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Si : $x^3 + y^3 = 20$; $xy = 5$

Calcular :

$$M = (x + y)^3 - 15(x + y) + 15$$

- a) 40 b) 35 c) 20
d) 30 e) 15

02. Efectuar :

$$(a + b)(a - b)(a^2 + b^2) + (b^4 + a^4)$$

- a) $2a^2$ b) $2b^2$ c) $2a^4$
d) $2b^4$ e) 0

03. Si : $x + y = 4$; calcular :

$$E = \frac{x^3 + y^3 - 64}{x^2 + y^2 - 16}$$

- a) 6 b) -4 c) -3
d) -6 e) 2

04. Si : $a + b = \sqrt{5}$ y $a \cdot b = 3$.

Entonces $(a - b)^2$ es :

- a) 6 b) -7 c) -9
d) 12 e) 10

05. Si : $x + \frac{1}{x} = 4$

Hallar : $(x^2 + x^{-2})(x^3 + x^{-3})$

- a) 243 b) 240 c) 728
d) 120 e) 3

06. Sabiendo que : $x + \frac{1}{x} = 3$; determinar el valor de :

$$E = x^3 + x^2 + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}$$

- a) 49 b) 36 c) 25
d) 18 e) 23

07. Determine :

$$x^2 + \frac{1}{x^2}; \text{ si : } x + \frac{1}{x} = a$$

- a) $(a-2)(a+2)$ b) $a^2 - \sqrt{2}$
c) $(a - \sqrt{2})(a + \sqrt{2})$ d) $(a - \sqrt{2})(a + 2)$
e) $a^2 + 2$

08. Si :

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3, \text{ entonces } a^3 + \frac{1}{a^3} \text{ es :}$$

- a) 27 b) 6 c) 12
d) 4,3758 e) 0

09. Hallar el V.N. de :

$$E = (m^{-3} + n^{-3})^{-1}$$

$$\text{Si : } mn = 2 \text{ y } m + n = 2\sqrt{2}.$$

- a) 2 b) 1 c) $\sqrt{2}$
d) 3 e) 4

10. Si :

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 167; x > 0; y > 0$$

Calcular :

$$E = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{2}}$$

- a) 12 b) 13 c) $\sqrt{167}$
d) $\sqrt{3}$ e) 11

11. Si : $(x + y)^2 = 2(x^2 + y^2)$, el valor de :

$$E = \frac{3x^3 - y^3}{x^2 y} + \frac{3x + 2y}{5x} + \frac{6y}{2x + y} \text{ es :}$$

- a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 2

12. Calcular :

$$V = \frac{x^2 + y^2}{xy} + \frac{x + 2y}{2x} + \frac{2y}{x + 3y}$$

$$\text{si : } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{x + y}$$

- a) 2 b) 3 c) 1
d) 4 e) 6

13. Calcular :

$$\sqrt[3]{x^2 \sqrt{x} + \sqrt{x^5 + 27}} \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x} - \sqrt{x^5 + 27}}$$

- a) $x - 3$ b) 3 c) x
d) -3 e) $\sqrt[3]{x^5}$

14. Calcular :

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)+(a-b)(a^2+ab+b^2)+3a^3$$

- a) $4a^3$ b) $4b^3$ c) $5a^3$
d) $2b^3$ e) b^3

15. La expresión simplificada de :

$$(a^b + a^{-b})(a^b - a^{-b})(a^{4b} + 1 + a^{-4b}) \text{ es :}$$

- a) $(a^b - a^{-b})^6$ b) $(a^b - a^{-b})^6$
c) $a^{-6b} - a^{6b}$ d) $a^{6b} - a^{-6b}$
e) $a^{6b} + a^{-6b}$

16. Hallar el V.N. de :

$$E = (a+b)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2 - (a+b+c)^2$$

para :

$$a = \sqrt{\sqrt{5}+3}; b = \sqrt{\sqrt{5}+7}; c = \sqrt{40-2\sqrt{5}}$$

- a) 0 b) 10 c) 47
d) 50 e) 40

17. Sabiendo que : $x + y + z = 1$

Calcular :

$$M = \frac{x^3 + y^3 + z^3 - 1}{xy + yz + zx - xyz}$$

- a) 1 b) -1 c) -3
d) 3 e) 2

18. Si : $x + y + z = 3$
 $xy + yz + xz = 0$

Calcular :

$$\sqrt[3]{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz}$$

- a) 3 b) 2 c) -2
d) -1 e) 1

19. Calcular el producto abc , sabiendo que :

$$a + b + c = 15; a^2 + b^2 + c^2 = 93$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 645$$

- a) No se puede determinar.
b) 80 c) 70
d) 60 e) 75

20. Sabiendo que : $F_{(x)} = a^x + b^x + c^x$.

Calcular : abc , además : $F_{(n)} = n; n \in \{1, 2, 3\}$

- a) 4^{-1} b) 2^{-1} c) 3^{-1}
d) 6^{-1} e) 5^{-1}

21. Sabiendo que :

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 2$$

Calcular :

$$E = \frac{(a+b+c)(2-ab-ac-bc)}{1-abc}$$

- a) $1/3$ b) 3 c) 2
d) $1/2$ e) 1

22. Evaluar :

$$\sqrt[16]{3.5.17.257+1}$$

- a) 2 b) 4 c) 8
d) 16 e) 32

23. Si :

$$a = \sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{2}$$

$$b = \sqrt[4]{8} - \sqrt[4]{2}$$

Calcular : $\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$

- a) 4 b) $\sqrt{2}$ c) 2
d) $2\sqrt{2}$ e) $4\sqrt{2}$

24. Si : $\sqrt{m^2 + n^2} + \sqrt{m^2 - n^2} = n^2$

Calcular :

$$R = \sqrt{m^2 + n^2} - \sqrt{m^2 - n^2}$$

- a) 2 b) n^2 c) 1
d) m^2 e) 0

25. Si :

$$\frac{mn+n^2}{3n-m} = \sqrt[n]{\sqrt[n]{n^n} + \sqrt[n]{n^n - m^n}} \sqrt[n]{\sqrt[n]{n^n} - \sqrt[n]{n^n - m^n}}$$

Calcular el valor de :

$$\frac{mn+m^2}{mn+n^2} + \frac{m^5-n^5}{m^2+m^3}$$

- a) 1 b) 0 c) $m + n$
d) n^2 e) $n - 1$

26. Reducir :

$$K = (m+4)^3 - (m+3)(m+4)(m+5)$$

- a) m^2 b) m c) $m+3$
 d) $m+4$ e) $m+8$

27. Determinar el valor numérico de :

$$\left(\frac{y}{x}\right)\left(\frac{x-1}{y-1}\right) + \left(\frac{y+1}{x+1}\right)\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$\text{Siendo : } x = \sqrt[4]{9} + \sqrt{2} ; y = \sqrt{3} - \sqrt[4]{4}$$

- a) 1 b) -1 c) 2
 d) -2 e) $2\sqrt{2}$

28. Si : $a + b + c = 0$, reducir :

$$M = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{a} + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{b} + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{c}$$

- a) 1 b) 0 c) 3
 d) -1 e) 2

29. Si se tiene como suma "s" y producto "p" de dos cantidades x, y, entonces :

$$\left(\frac{x^2 + y^2}{2}\right)^2 \text{ es igual a :}$$

- a) $(s+p)^2 - (s+p)^2$
 b) $s^4 + 2ps^2 - 3p^2s + p^4$
 c) $s^4 + ps(1-s) + \frac{3}{2}p^2$
 d) $s^4 - ps + \frac{3}{2}p^2$
 e) $0,25s^4 - ps^2 + p^2$

30. Sabiendo que :

$$x = \frac{2}{n}(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)$$

$$n = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2$$

Calcular :

$$(x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + (x - a_3)^2 + \dots + (x - a_n)^2$$

- a) 0 b) n c) n^2
 d) $n - 1$ e) $(n-1)^2$

31. Sean "a" y "b" números reales positivos, tales que :

$$a^2 + b^2 = 13 \text{ y } b \cdot a = 13(\pi)^{-1}$$

Simplificar la expresión :

$$13 \left[\frac{a^{x+1} + ba^x}{a^{3+x} + b^3a^x} \right]$$

- a) $\frac{\pi}{\pi+5}$ b) π c) $\frac{\pi}{\pi-1}$
 d) $\frac{\pi}{\pi+2}$ e) $\frac{\pi}{2(\pi-1)}$

32. Si :

$$(a+b+c)^2 = 3(ab+bc+ac); a, b, c \in \mathbb{R}$$

Calcular :

$$A = \frac{bc}{ab+ac} - \frac{ac}{ab+bc} + \frac{ab}{ac+bc}$$

- a) 2 b) $\frac{1}{2}$ c) 3
 d) 1 e) 0

33. Si : $x + y + z = 6$, calcular :

$$\frac{(x-1)^3 + (y-2)^3 + (z-3)^3}{(x-1)(y-2)(z-3)}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 6

34. Hallar el valor numérico de :

$$(a+b)[(a+b)^2 - 2ba + (a-b)^2] - 2b^3$$

$$\text{para : } a = \sqrt[3]{3}; b = 2\sqrt[3]{3} - \sqrt{2} + 1$$

- a) 4 b) 5 c) 6
 d) 7 e) 8

35. Dado :

$$M^3 = 2(a+b)[(a+b)^2 - 2ab + (a-b)^2] + (a-b)$$

$$[(a+b)^2 + 4(a^2 + b^2) - (a-b)^2]$$

Hallar el valor de "M".

- a) 2a b) 2b c) -2ab
 d) $8a^3$ e) $8b^3$

36. Dado el polinomio :

$$P(x) = (x^2 - 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$$

obtener :

$$P(\sqrt{4+\sqrt{15}} - \sqrt{4-\sqrt{15}})$$

- a) 0 b) 217 c) 216
 d) 215 e) 218

37. El valor numérico de :

$$\sqrt[3]{(x^3 + 3x)^2 - (3x^2 + 1)^2} ;$$

para : $x = 999$ es:

- a) 19 990 b) 991 000 c) 100 000
d) 999 000 e) 998 000

38. Si : $n = \sqrt[3]{\sqrt{2}-1} - \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{2}-1}}$

Calcular : $R = n^3 + 3n + 2$

- a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{2}$ c) 0
d) 2 e) 1

39. Si : $x = \sqrt[3]{a(a+2b)+b^2} - \sqrt[3]{a(a-2b)+b^2}$

Donde : $a^2 - b^2 = 1$

Calcular : $\frac{(x-1)(x^2+x+4)}{ab-1}$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

40. Sabiendo que : $x + 2 = 23\sqrt{2x}$, calcular el valor de :

$$E = \frac{\sqrt{\sqrt{x}+\sqrt{2}}}{\sqrt[8]{2x}}$$

- a) 3 b) 4 c) $\sqrt{8}$
d) $\sqrt{5}$ e) 5

41. Si : $ab(a+b) = 1$

$$a^2b^2(a^2+b^2) = 2$$

Hallar : $a^3b^3(a^3+b^3)$.

- a) 3 b) 2,5 c) 5
d) 4 e) 4,5

42. Si : $b^3 - 1 = 0$; $b \neq 1$

Obtener : $\frac{1+b^5}{b^4}$.

- a) 0 b) 1 c) -1
d) 2 e) -2

43. Si se cumple : $x^2 + x + 1 = 0$, hallar :

$$x^{31} + x^{-10}$$

- a) 2 b) 1 c) -1
d) 3 e) -10

44. Sabiendo que :

$$(x+y)^2 + 1 = (x+1)(y+1)$$

Calcular :

$$K = \frac{x^2(x-1)}{y^2(y-1)}$$

- a) 2 b) 1 c) 1/2
d) -1 e) -1/2

45. Si : $a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} = 0$, calcular :

$$R = \frac{(ab)^4 + (ac)^4 + (bc)^4}{a^2b^2c^2(a^2+b^2+c^2)}$$

- a) 2 b) 6 c) 18
d) 4 e) 3

46. Siendo : $x, y, z \in \mathbb{R}$, tales que :

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2(x + 2y + 3z) - 14$$

Calcular :

$$M = \frac{(x+y+z)(xyz)}{x^3+y^3+z^3}$$

- a) 3 b) 4 c) 1
d) -1 e) 2

47. Si : $a + b + c = 0$, hallar el valor de "x".

$$a^2\left(\frac{x}{bc}-1\right) + b^2\left(\frac{x}{ac}-1\right) + c^2\left(\frac{x}{ab}-1\right) = 5abc(a^{-1} + b^{-1} + c^{-1})$$

- a) $a+b+c$ b) $ab+bc+ca$
c) $a^2+b^2+c^2$ d) $3abc$
e) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

48. Si :

$$a + b + c = a^{-1}bc + b^{-1}ca + c^{-1}ab$$

Calcular :

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a + b + c}$$

- a) 0 b) 1/3 c) 2/3
d) 1 e) -1

49. Si : $a^4 + b^4 = 47 \wedge ab = 1$, reducir :

$$N = \sqrt{a^6 + b^6 + 2}$$

- a) 3 b) 14 c) 20
d) 10 e) 18

50. Hallar el valor de "E" :

$$E = (x + y + z)^3 - 3z \cdot (x + y + z)(x + y) - (x + y)^3$$

- a) x^3 b) y^3 c) $3z$
d) 0 e) z^3

51. Si : $H = \sqrt{(x-5)(x+6)(x-1)(x+2)+196}$

$$\text{Hallar : } R = \sqrt{H+16,25}$$

- a) $2x + 1$ b) $\frac{x+1}{2}$ c) $x + 2$
d) $\frac{2x+1}{2}$ e) $2x - 1$

52. Si : $(xy^{-1}+1)(yz^{-1}+1)(zx^{-1}+1) = 8$

$$\text{Calcular : } R = \sqrt{(x+y+z)(x^{-1}+y^{-1}+z^{-1})}$$

- a) $\sqrt{2}$ b) 3 c) 2
d) 4 e) 1

53. Si : $P(x) = a^x + b^x$, $a^6 + b^6 = 1$, entonces :

$$\left[\frac{P(4) - P(10)}{P(2)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

es equivalente a :

- a) a^4b^4 b) ab c) $4a^2b^2$
d) $2a^4b^4$ e) a^2b^2

54. Evaluar :

$$E = 4ab(3a^2 + b^2)(a^2 + 3b^2)$$

Para :

$$a = \frac{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}}{2}; \quad b = \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}{2}$$

- a) 2 b) 3 c) -3
d) -4 e) 5

55. Calcular el V.N. de :

$$R = \frac{x+y}{z} + \frac{y+z}{x} + \frac{x+z}{y} - xy - xz - yz$$

Donde :

$$x^3 + y^3 + z^3 = 4xyz$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + yz + 1$$

- a) 0 b) 1 c) -1
d) 3 e) -3

56. Siendo :

$$a + b + c = m$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 3m^2$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 7m^3$$

Calcular :

$$S = (a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)$$

- a) $-13m^3$ b) $6m^3$ c) $2m^3$
d) $-m^3$ e) $7m^3$

57. Si : $\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{a}{b}}^{-1} = 7$

$$\text{Calcular : } R = \sqrt[8]{\frac{a}{b}} - \sqrt[8]{\frac{a}{b}}^{-1}$$

- a) 2 b) 3 c) 5
d) 4 e) 1

58. Si se cumple :

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n + \left(\frac{y}{x}\right)^n = 62$$

Entonces el valor numérico de :

$$\sqrt[3]{\frac{x^n + y^n}{\sqrt{x^n y^n}}}$$

- a) 4 b) 8 c) 16
d) 2 e) 1

59. Sabiendo que : $x^2 = 5x + 1$

Obtener :

$$A = \frac{(x^3 - 140) \sqrt[3]{x^{11}}}{\sqrt[3]{x^4 + 1}}$$

- a) 1 b) 2 c) 1/2
d) 3 e) 1/3

60. Si :

$$a + b + c = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = \sqrt{2} + \sqrt{5}$$

Calcular : $a^3 + b^3 + c^3$.

- a) $4 + \sqrt{10}$ b) $7 + 2\sqrt{10}$
c) $5 - \sqrt{10}$ d) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$
e) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$

Claves

01.	<i>b</i>
02.	<i>c</i>
03.	<i>a</i>
04.	<i>b</i>
05.	<i>c</i>
06.	<i>c</i>
07.	<i>c</i>
08.	<i>e</i>
09.	<i>c</i>
10.	<i>b</i>
11.	<i>c</i>
12.	<i>d</i>
13.	<i>d</i>
14.	<i>c</i>
15.	<i>d</i>
16.	<i>d</i>
17.	<i>d</i>
18.	<i>a</i>
19.	<i>b</i>
20.	<i>d</i>
21.	<i>b</i>
22.	<i>a</i>
23.	<i>e</i>
24.	<i>a</i>
25.	<i>a</i>
26.	<i>d</i>
27.	<i>e</i>
28.	<i>b</i>
29.	<i>e</i>
30.	<i>b</i>

31.	<i>c</i>
32.	<i>b</i>
33.	<i>c</i>
34.	<i>c</i>
35.	<i>a</i>
36.	<i>d</i>
37.	<i>e</i>
38.	<i>c</i>
39.	<i>d</i>
40.	<i>d</i>
41.	<i>b</i>
42.	<i>c</i>
43.	<i>c</i>
44.	<i>b</i>
45.	<i>a</i>
46.	<i>c</i>
47.	<i>b</i>
48.	<i>a</i>
49.	<i>e</i>
50.	<i>e</i>
51.	<i>d</i>
52.	<i>b</i>
53.	<i>e</i>
54.	<i>e</i>
55.	<i>e</i>
56.	<i>a</i>
57.	<i>e</i>
58.	<i>d</i>
59.	<i>e</i>
60.	<i>b</i>