

Capítulo 6

MCD Y MCM DE POLINOMIOS FRACCIONES ALGEBRAICAS

Regla para calcular el MCM y MCD de Polinomios :

1. Se factorizan los polinomios dados.
2. El MCD estará formado por la multiplicación de todos los factores primos comunes de los polinomios dados, considerados con su menor exponente.
3. El MCM está formado por la multiplicación de factores primos no comunes y comunes, a los polinomios dados, considerados con su mayor exponente.

Ejemplo :

Hallar el MCD y MCM de los polinomios:

$$P(x) = x^3 + x^2 - x - 1 \wedge Q(x) = x^3 - x^2 - 2x$$

Factorizando : $P(x) = (x + 1)^2(x - 1)$

" $Q(x) = x(x - 2)(x + 1)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{MCD}[P(x);Q(x)] = x+1 \\ \text{MCM}[P(x);Q(x)] = (x+1)^2(x-1)x(x-2) \end{cases}$$

Propiedad :

Dados los polinomios A y B.

$$\text{MCD}(A, B) \cdot \text{MCM}(A, B) = A \cdot B$$

FRACCIÓN ALGEBRAICA

Es toda expresión de la forma $\frac{A}{B}$ donde por lo menos "B" debe ser literal.

Ejemplo :

* Son fracciones algebraicas

$$\frac{x+1}{x-1}, \frac{2}{x}, \frac{x^3+1}{x^2}$$

pero :

$$\frac{x}{7}, \frac{2}{5} \rightarrow \text{no son fracciones algebraicas}$$

Simplificación de Fracción Algebraica

Para poder simplificar, el numerador y denominador deben estar factorizados para luego cancelar los factores que presenten en común.

Ejemplo :

Simplificar : $\frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 15}$

Resolución :

$$\frac{x^2 - 3^2}{x^2 - 2x - 15} = \frac{(x+3)(x-3)}{(x-5)(x+3)} = \frac{x-3}{x-5}$$

$$\begin{array}{ccc} x & & -5 \\ & \times & \\ x & & 3 \end{array}$$

Operaciones con Fracciones

I. Adición y/o Sustracción :

En este caso, es necesario dar común denominador (MCM de los denominadores), salvo que las fracciones sean homogéneas (denominadores iguales). Así tenemos :

A. Fracciones Homogéneas :

Ejemplo :

$$\frac{A}{x} + \frac{B}{x} - \frac{C}{x} = \frac{A+B-C}{x}$$

B. Fracciones Heterogéneas :

Ejemplo :

$$\frac{A}{m} - \frac{B}{n} + \frac{C}{p} = \frac{Anp - Bmp + Cmn}{mnp}$$

C. Regla Práctica (para 2 fracciones):

$$\frac{A}{B} \pm \frac{C}{D} = \frac{AD \pm BC}{BD}$$

II. **Multiplicación :**

En este caso, se multiplica numeradores entre sí, de igual manera los denominadores.

$$\text{Ejemplo : } \frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{A \times C}{B \times D}$$

III. **División de Fracciones :**

En este caso, se invierte la segunda fracción y luego se ejecuta como una multiplicación.

$$\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \frac{A \times D}{B \times C}$$

ó

$$\frac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}} = \frac{AD}{BC}$$

Importante : generalmente es conveniente simplificar las fracciones antes, y después operar fracciones.

Transformación de Fracciones en Fracciones Parciales

Este es un proceso inverso a la adición o sustracción de fracciones. Es decir una fracción se transforma en la adición o sustracción de fracciones que le dieron origen, veamos :

Ejemplo :

* Efectuar :

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2x}{x^2-1}$$

* Transformar a fracciones parciales :

$$\frac{2x}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Hallar el MCD de los polinomios :

$$M(x) = (x + 6)^2(x - 7)^3(x + 9)^4$$

$$N(x) = (x + 10)^3(x - 7)^2(x + 6)^3$$

- a) $(x-7)(x+6)$ b) $x + 9$
 c) $x + 10$ d) $(x - 7)^2(x + 6)^2$
 e) $(x + 10)(x + 9)(x + 6)(x - 7)$

02. Indicar el MCM de los polinomios :

$$P(x) = (x + 3)^3(x + 6)(x - 1)^4$$

$$F(x) = (x - 1)^2(x + 3)^3$$

- a) $(x-1)(x+3)(x+6)$
 b) $(x - 1)^4(x + 3)^3(x + 6)$
 c) $(x - 1)^2(x + 6)^2(x + 3)$
 d) $(x - 1)^4(x + 3)^3$
 e) $(x - 1)^2(x + 3)^2(x + 6)$

03. Hallar el MCD de los polinomios :

$$P(x; y) = x^2 + xy - 6y^2$$

$$F(x; y) = x^2 - xy - 2y^2$$

- a) $x + 2y$ b) $x - 3y$ c) $x - 2y$
 d) $x + y$ e) $x - y$

04. El valor numérico del MCD de los polinomios :

$$F(x) = x^3 + x^2 - x - 1$$

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

para : $x = 4$, es :

- a) 25 b) 1 c) 5
 d) 3 e) 4

05. ¿Cuántos factores cuadráticos presenta el MCM de los polinomios?

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8$$

$$Q(x) = x^3 + 5x^2 + 8x + 4$$

$$R(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

- a) 0 b) 1 c) 2
 d) 3 e) 4

06. Calcular el MCD de dos polinomios, si el producto de ellos es $(a^2 - 1)^2$ y la división entre el MCD y el MCM es $(a - 1)^2$.

- a) $a + 1$ b) $a - 1$ c) $(a + 1)^2$
 d) $(a - 1)^2$ e) 1

07. Luego de efectuar :

$$\frac{-1}{x^2 - 1} + \frac{2x}{x^2 + x}$$

el numerador obtenido, es :

- a) $x^2 + 3$ b) $x - 3$ c) $x + 3$
 d) $2x + 3$ e) $2x - 3$

08. Efectuar :

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{4}{x^2-1}$$

Indicar el cubo del denominador.

- a) $64x^3$ b) 64 c) x^3
 d) $(x+1)^3$ e) $(x-1)^3$

09. La fracción $\frac{3x-2}{x^2-3x-4}$ equivale a :

$$\frac{m}{x+1} + \frac{n}{x-4}, \text{ entonces ; } m - n \text{ es igual a :}$$

- a) -1 b) 1 c) 2
 d) -2 e) -3

10. Efectuar :

$$\frac{x-1}{x} \cdot \frac{2x^2}{x^2-1}$$

Indicar la octava parte del numerador simplificado.

- a) $0,25x^2$ b) $0,25x$ c) $0,125x$
 d) $0,5x$ e) $0,625x$

11. Efectuar :

$$\frac{1}{a - \frac{a}{b} + b} \div \frac{b}{a^2b - a^2 + ab^2}$$

- a) a b) b c) ab
 d) $\frac{a}{b}$ e) $\frac{b}{a}$

12. Al simplificar :

$$\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \frac{(ab)^2}{a-b} \text{ obtenemos } (ma)(nb)$$

Calcular : $m^4 + n^4$, si : $m, n \in \mathbb{Z}$.

- a) 17 b) 82 c) 2
d) 626 e) 257

13. Simplificar las fracciones :

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} ; \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 4x + 4}$$

e indicar la suma de los denominadores.

- a) $2x - 2$ b) $2x + 1$ c) $2x - 1$
d) $2x + 2$ e) $2x + 1$

14. Simplificando :

$$\frac{a - b}{\frac{a^2}{a + b} - \frac{b}{\frac{a}{b} + 1}} ; \text{obtenemos :}$$

- a) a b) b c) ab
d) $\frac{a}{b}$ e) 1

15. Simplificando :

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{x}{y}}} ; \text{tenemos :}$$

- a) $x - y$ b) $\frac{1}{x} - y$ c) $1 - \frac{y}{x}$
d) $1 + \frac{x}{y}$ e) $1 - \frac{x}{y}$

16. Efectuando : $\frac{1 + n^{-1}}{1 - n^{-2}}$

obtenemos en el numerador .

- a) $n^2 + n$ b) $n - 2$ c) $n - 1$
d) n e) 1

17. Simplificar :

$$\frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 - x + xn - n} \div \frac{x^2 - 4}{x^2 + nx}$$

señalar un término en el denominador.

- a) $-7x$ b) $-5x$ c) $-8x$
d) $11x$ e) $-3x$

18. Simplificar las fracciones :

$$\frac{x^4 - y^4}{2x^3 + 2xy^2} ; \frac{ax + ay - x^2 + y^2}{ax - x^2 + xy}$$

e indicar la diferencia de los denominadores.

- a) $3x$ b) $4x$ c) $-\frac{1}{2}x$
d) x e) $2x$

19. Al descomponer $\frac{x^3}{x^2 - 1}$ obtenemos :

$$ax + \frac{b}{x + 1} + \frac{c}{x - 1}$$

Calcular : $a(3b^2 + 5c^2)$.

- a) 3 b) 7 c) 11
d) 14 e) 2

20. Si la fracción : $P(a; b) = \frac{ma^2 + nab + 24b^2}{2a^2 + 3ab + 4b^2}$

es independiente de sus variables, entonces $n^2 - m^2$ equivale a :

- a) 210 b) 180 c) 120
d) 144 e) 100

21. Hallar el M.C.D. de los siguientes polinomios :

$$A = 2x^4 - x^3 - 3x^2 + 3x - 9$$

$$B = 10x^3 - 9x^2 + 17x - 6$$

- a) $3x^2 + 2x - 1$ b) $2x^2 - x + 3$
c) $3x^2 - x + 3$ d) $x^2 - x + 1$
e) $x^2 + x + 3$

22. Si : P y Q son dos polinomios factorizables definidos por :

$$P(x) = x^3 + 4x^2 + ax + b$$

$$Q(x) = x^3 + cx + d$$

Tal que, el MCD (P, Q) = $(x - 1)(x + 3)$, entonces la suma de coeficientes del polinomio MCM (P, Q), es :

- a) 9 b) 8 c) 6
d) 4 e) 0

23. Efectuar :

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{2x^2 - x - 1} + \frac{x^2 - 4}{2x^2 + 5x + 2}$$

- a) $\frac{2x}{x - 1}$ b) 2 c) x
d) 1 e) 0

24. Resolver :

$$f(x) = \left(\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} \right) \left(\frac{x^2-1}{2x^2+2} \right)$$

- a) $x - 1$ b) $x + 1$ c) x
 d) 1 e) 0

25. La fracción : $\frac{7x-1}{1-5x+6x^2}$; se obtuvo sumando las

fracciones : $\frac{A}{1-3x}$; $\frac{B}{1-2x}$.

Calcular : (A.B).

- a) 20 b) -20 c) 4
 d) -5 e) -4

26. Sabiendo que : $x + y + z = 1$.

Calcular :

$$M = \frac{x^3 + y^3 + z^3 - 1}{xy + yz + xz - xyz}$$

- a) 1 b) -1 c) -3
 d) 3 e) 2

27. Conociendo que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, la expresión :

$$\frac{(a+c)(b+d)}{a+b+c+d} - \frac{ab}{a+b} - \frac{cd}{c+d}$$

resulta :

- a) 0 b) 1 c) -1
 d) $\frac{ab}{cd}$ e) $\frac{ac}{bd}$

28. Si : $ab + bc + ac = 0$.

Calcular :

$$K = \frac{(ab)^3 + (bc)^3 - 2(ac)^3}{3abc(a+b+c)}$$

- a) ac b) ab c) bc
 d) abc e) $2ac$

29. Al realizar :

$$\frac{x^3 + ax^2 + bx + c}{x-1} + \frac{x^3 + bx^2 + cx + a}{x-2} + \frac{x^3 + cx^2 + ax + b}{x-3}$$

se obtiene un polinomio de segundo grado. Indicar la suma de coeficientes de dicho polinomio.

- a) $8,5$ b) $9,5$ c) $10,5$
 d) $11,5$ e) $12,5$

30. Efectuar :

$$R = \frac{(1+ab)(1+ac)}{(a-b)(c-a)} + \frac{(1+ab)(1+bc)}{(b-a)(c-b)} + \frac{(1+ac)(1+bc)}{(c-a)(b-c)}$$

- a) 0 b) -1 c) 1
 d) $\frac{abc}{a-b+c}$ e) $\frac{a+b-c}{a+b+c}$

31. La expresión simplificada de :

$$\frac{a^4 + 4b^4}{a^2 + 2ab + 2b^2} \text{ es :}$$

- a) $a^2 + 2b^2 + 2ab$ b) $a^2 + b^2 - 2ab$
 c) $a^2 - 2ab + 2b^2$ d) $a^2 + b^2 + 2ab$
 e) $a^2 + b^2 + ab$

32. Si :

$$\frac{A}{x+5} + \frac{Bx+C}{x(x+5)+1} = \frac{2(2x^2+11x)+13}{(x+5)[x(x+5)+1]}$$

Hallar : $(A+B)^C$.

- a) 1 b) 64 c) 27
 d) 9 e) 16

33. Si : $a + b + c + d = 0$.

Hallar :

$$S = \frac{abc + abd + acd + bcd}{a^3 + b^3 + c^3 + d^3}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) $1/3$ e) $1/2$

34. La expresión :

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{m}}}$$

equivale a :

- a) $\frac{m+2}{m+1}$ b) $\frac{m+1}{m+2}$ c) $\frac{3m+1}{m+2}$
 d) $\frac{2m+1}{3m+2}$ e) $\frac{3m+2}{2m+1}$

35. Para qué valor de "b" se cumple que :

$$\frac{ab(x^2 + y^2) + xy(a^2 + b^2)}{ab(x^2 - y^2) + xy(a^2 - b^2)} = 1; y \neq 0$$

- a) -a b) 0 c) 1
d) a e) 2

36. Efectuar :

$$Z = \frac{2 - \frac{8xy}{4x^2 + 2xy + y^2}}{\left(\frac{8x^3 + y^3}{8x^3 - y^3}\right)\left(1 - \frac{2y}{2x + y}\right)}$$

- a) 2 b) 3 c) 1
d) 0 e) -1

37. Simplificar :

$$1 - \frac{x^5 - 1}{x^3 + \frac{x^2 - 1}{1 + \frac{x^3 - 1}{x - \frac{x^4 - 1}{x - \frac{1}{x}}}}}$$

- a) x^{-1} b) x^{-2} c) x^{-3}
d) x^{-4} e) x^{-5}

38. Si :

$$M = \left(\frac{a^{-2} - b^{-2}}{a^{-1} + b^{-1}}\right)^{-1} ; N = \left(\frac{a^{-1} - b^{-1}}{a^{-2} - b^{-2}}\right)^{-1}$$

Entonces MN, es igual a :

- a) $\frac{(a+b)}{(a-b)}$ b) $\frac{1}{(b^2 - a^2)}$ c) $\frac{ba}{(a^2 + b^2)}$
d) $\frac{(a^2 - b^2)}{ab}$ e) $\frac{a+b}{b-a}$

39. Si :

$$\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{1}{a^3 + b^3 + c^3}$$

Calcular :

$$\frac{a^{33} + b^{33}}{c^{33}} + \frac{b^{33} + c^{33}}{a^{33}} + \frac{a^{33} + c^{33}}{b^{33}}$$

- a) 1 b) -1 c) 2
d) -2 e) 3

40. A partir de la relación :

$$a^2(b+c) + b^2(a+c) + c^2(a+b) = Mabc$$

Determinar el valor de "M" que hace que la fracción :

$$\frac{a(b+c)^2 + b(a+c)^2 + c(a+b)^2}{a(b-c)^2 + b(a-c)^2 + c(a-b)^2}$$

Tomar el valor de 11.

- a) 6,5 b) 7,2 c) 0,3
d) 1,33 e) π

41. Si el MCD de los polinomios :

$$P(x) = x^3 + ax^2 + 18$$

$$Q(x) = x^3 + bx + 12$$

es de segundo grado, encontrar la suma de los factores no comunes.

- a) $2x + 1$ b) $2x + 2$ c) $2x + 3$
d) $2x + 4$ e) $2x + 5$

42. Efectuar :

$$K = \frac{nx^2 - 1}{(x-y)(x-z)} + \frac{ny^2 - 1}{(y-x)(y-z)} + \frac{nz^2 - 1}{(z-y)(z-x)}$$

- a) n^2 b) n c) $\frac{n}{2}$
d) $2n^2$ e) $2n$

43. Sabiendo que :

$$A = a + \frac{1}{b + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \dots}}}$$

$$B = b + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{a + \dots}}} \text{ . Calcular : } \frac{A}{B} \text{ .}$$

- a) $\frac{a}{b}$ b) $\frac{b}{a}$ c) ab
d) $\frac{1}{ab}$ e) $\frac{a+b}{ab}$

44. Si : $ax + by + cz + abcxyz = 0$.

Calcular :

$$\frac{(ax+1)(by+1)(cz+1)}{(ax-1)(by-1)(cz-1)}$$

- a) 0 b) 1 c) -1
d) abc e) $\frac{1}{abc}$

45. Si se cumple :

$$\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} = a + b + c$$

obtener E^2 a partir de :

$$E = \frac{ab+a+1}{b+1} + \frac{bc+b+1}{c+1} + \frac{ac+c+1}{a+1}$$

- a) 3 b) 27 c) 1
d) 9 e) 81

46. Si :

$$x = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}; y = \frac{b^2 - c^2}{b^2 + c^2}; z = \frac{c^2 - a^2}{c^2 + a^2}$$

y además :

$$\frac{a^4 + b^4}{(a^2 + b^2)^2} + \frac{b^4 + c^4}{(b^2 + c^2)^2} + \frac{a^4 + c^4}{(a^2 + c^2)^2} = 4$$

Calcule : $x^2 + y^2 + z^2$.

- a) 3 b) 5 c) 7
d) 9 e) 12

47. Calcular el valor de :

$$E = \frac{(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3}{x^3 + y^3 + z^3 - (x+y+z)^3}$$

sabiendo que :

$$x = 2^{16} - 2^{15} - 2^{14}$$

$$y = 2^{14} - 2^{15} - 2^{16}$$

$$z = 2^{15} - 2^{14} - 2^{16}$$

- a) 3 b) -3/2 c) -3/4
d) 3/4 e) 2

48. Si : a, b, c, son números diferentes y :

$$\frac{P(x)}{(x-a)(x-b)(x-c)} = \frac{x}{x-a} + \frac{x}{x-b} + \frac{x}{x-c} + x - d$$

calcular :

$$M = \frac{a^2}{P(a)} + \frac{b^2}{P(b)} + \frac{c^2}{P(c)}$$

- a) -2 b) -1 c) 0
d) 1 e) 2

49. Si : $\frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2} + \frac{1}{(x-y)^2} = 4$

Calcular : $S = \frac{1}{y-z} + \frac{1}{z-x} + \frac{1}{x-y}$;

$x \neq y \neq z$.

- a) 8 b) 16 c) 2
d) 4 e) 6

50. Sabiendo que :

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$$

Calcular : $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b}$

- a) 0 b) 1 c) -1
d) 2 e) -2

51. Si :

$$a + b + c = 1$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 4$$

Hallar :

$$M = \frac{1}{a+bc} + \frac{1}{b+ac} + \frac{1}{c+ab}$$

- a) 1 b) -2 c) 3
d) 4 e) -8

52. Si :

$$\frac{(a^2 + b^2)}{ab} + \frac{(b^2 + c^2)}{bc} + \frac{(a^2 + c^2)}{ac} = -2$$

Calcular :

$$P = \frac{(a+b+c)^6 - (a^6 + b^6 + c^6)}{(ab)^3 + (bc)^3 + (ac)^3}$$

- a) 1 b) 2 c) 4
d) 8 e) 16

53. Simplificar :

$$M = \frac{1}{(p+q)^3} \left[\frac{1}{p^4} - \frac{1}{q^4} \right] + \frac{2}{(p+q)^4} \left[\frac{1}{p^3} - \frac{1}{q^3} \right] + \frac{2}{(p+q)^5} \left[\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2} \right]$$

- a) $\frac{p+q}{pq}$ b) $\frac{q-p}{p^4q^4}$ c) $\frac{q-p}{p^3q^3}$
d) $\frac{p-q}{p^2q^2}$ e) $\frac{p+q}{p^2q^2}$

54. Si :

$$b^2x^4 + a^2y^4 = a^2b^2 y$$

$$a^2 + b^2 = x^2 + y^2 = 1$$

Calcular :

$$\frac{\sqrt{b^4x^6 + a^4y^6}}{b^2x^4 + a^2y^4}$$

- a) 1 b) 1/2 c) 3/2
d) 1/4 e) 3/4

55. Sabiendo que :

$$\frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b} = 0$$

Hallar : $\frac{a}{(b-c)^2} + \frac{b}{(c-a)^2} + \frac{c}{(a-b)^2}$

- a) 1 b) 0 c) -1
d) 3 e) 2

56. Si :

$$\frac{(a-b)(z-x)}{(a-c)(x-y)} + \frac{(b-c)(z-x)}{(a-c)(y-z)} = 1$$

Reducir :

$$\frac{(a-b)(y-z)^2 + (b-c)(x-y)^2}{(a-c)(z-x)^2}$$

- a) abc b) xyz c) 0
d) 1 e) N.A.

57. Si : $a + b + c = 0$

Señale la suma de coeficientes de los 4 términos obtenidos al reducir :

$$\frac{a^{11} + b^{11} + c^{11}}{-11abc(ab + ac + bc)}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

58. Si : $x + y + z = 0$.

Reducir :

$$R = \frac{(ax - by)^4 + (ay - bz)^4 + (az - bx)^4}{(ay - bx)^4 + (az - by)^4 + (ax - bz)^4}$$

- a) 1 b) $a+b+c$ c) abc
d) 2abc e) -abc

59. Reducir :

$$E = \sum_{k=1}^{2000} \frac{2^{k-1}}{1+x^{2^{k-1}}} - \frac{2^{2000}}{1-x^{2^{2000}}}$$

Indicando : $E^{-1} + 1$.

- a) 1 b) -1 c) x
d) -x e) x^{2000}

60. Reducir :

$$\frac{\frac{1}{a-x} + \frac{x}{(a-x)^2} + \frac{x^2}{(a-x)^3} + \dots + \frac{x^{2n-1}}{(a-x)^{2n}}}{\frac{1}{a-x} - \frac{x}{(a-x)^2} + \frac{x^2}{(a-x)^3} - \dots - \frac{x^{2n-1}}{(a-x)^{2n}}}$$

- a) $\frac{a}{2x-a}$ b) $\frac{a}{2x+a}$ c) $\frac{a}{a-2x}$
d) $\frac{a}{a-x}$ e) $\frac{x}{a-x}$

Claves

01.	<i>d</i>
02.	<i>b</i>
03.	<i>c</i>
04.	<i>d</i>
05.	<i>e</i>
06.	<i>a</i>
07.	<i>e</i>
08.	<i>e</i>
09.	<i>a</i>
10.	<i>b</i>
11.	<i>a</i>
12.	<i>c</i>
13.	<i>d</i>
14.	<i>e</i>
15.	<i>c</i>
16.	<i>d</i>
17.	<i>e</i>
18.	<i>d</i>
19.	<i>e</i>
20.	<i>b</i>
21.	<i>b</i>
22.	<i>e</i>
23.	<i>d</i>
24.	<i>d</i>
25.	<i>b</i>
26.	<i>c</i>
27.	<i>a</i>
28.	<i>a</i>
29.	<i>c</i>
30.	<i>c</i>

31.	<i>c</i>
32.	<i>e</i>
33.	<i>d</i>
34.	<i>e</i>
35.	<i>b</i>
36.	<i>a</i>
37.	<i>e</i>
38.	<i>e</i>
39.	<i>d</i>
40.	<i>b</i>
41.	<i>e</i>
42.	<i>b</i>
43.	<i>a</i>
44.	<i>c</i>
45.	<i>d</i>
46.	<i>b</i>
47.	<i>c</i>
48.	<i>c</i>
49.	<i>c</i>
50.	<i>a</i>
51.	<i>b</i>
52.	<i>b</i>
53.	<i>b</i>
54.	<i>c</i>
55.	<i>b</i>
56.	<i>b</i>
57.	<i>a</i>
58.	<i>b</i>
59.	<i>c</i>
60.	<i>c</i>