Capítulo 1

# LÓGICA PROPOSICIONAL

***INTRODUCCIÓN***

La lógica estudia la forma de razonamiento. Es una disciplina que se utiliza para determinar si un argumento es válido, tiene aplicación en todos los campos del saber; en la filosofía, para determinar si un razonamiento es válido o no, ya que una frase puede tener diferentes interpretaciones; sin embargo la lógica permite saber el significado correcto. Los matemáticos usan la lógica, para demostrar teoremas e inferir resultados que puedan ser aplicados en investigaciones . En la computación, para revisar programas y crear sus algoritmos, es utilizada en el diseño de computadoras. Existen circuitos integrados que realizan operaciones lógicas con los bits, gracias a estos se ha desarrollado las telecomunicaciones (telefonía móvil, internet, ...)

***ENUNCIADO:*** Es cualquier frase u oración que expresa una idea.

***PROPOSICIÓN:*** Son oraciones aseverativas que se pueden calificar como verdaderas o falsas. Se representan con las letras minúsculas del abecedario: p ; q ; r ; s.

***Ejemplo:***
* Túpac Amaru murió decapitado.
* $9 < 10$
* $45 = 3 - 2$

***ENUNCIADO ABIERTO:*** Son enunciados que pueden tomar cualquiera de los 2 valores de verdad.

***Ejemplo:***

Si : $P(x) : x > 6$
Se cumple que:
$P(9) : 9 > 6$ es verdadero
$P(2) : 2 > 6$ es falso

El valor de verdad de P(x) depende del valor de x, también, se le conoce como función proposicional.

***CLASES DE PROPOSICIONES:***

1. ***Proposición Simple:*** Son proposiciones que no tienen conjunciones gramaticales ni adverbio de negación.
   ***Ejemplo:***
   * Cincuenta es múltiplo de diez.

2. ***Proposición Compuesta:*** Formada por dos o más proposiciones simples unidas por conectivos lógicos o por el adverbio de negación.
   ***Ejemplo:***
   * 29 es un número primo y 5 es impar.

***CONECTIVOS LÓGICOS:*** Símbolos que enlazan dos o más proposiciones simples para formar una proposición compuesta.
Los conectores lógicos que usaremos son :

| ***SÍMBOLO*** | ***OPERACIÓN LÓGICA*** | ***SIGNIFICADO*** |
|---|---|---|
| $\sim$ | Negación | No p |
| $\wedge$ | Conjunción | p y q |
| $\vee$ | Disyunción | p o q |
| $\rightarrow$ | Condicional | Si p, entonces q |
| $\leftrightarrow$ | Bicondicional | p si y sólo si q |
| $\Delta$ | Disyunción Exclusiva | "o ........ o ........" |

***OBS:*** La negación es un conector monádico, afecta solamente a una proposición.

***OPERACIONES LÓGICAS Y TABLAS DE VERDAD***

La validez de una proposición compuesta depende de los valores de verdad de las proposiciones simples que la componen y se determina mediante una tabla de verdad.

1. ***Conjunción:*** Vincula dos proposiciones mediante el conectivo lógico "y".

***Tabla de Verdad***

| p | q | $p \wedge q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

**2. Disyunción:** Vincula dos proposiciones mediante el conectivo lógico "o".

***Tabla de Verdad***

| p | q | $p \vee q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

**3. Disyunción Exclusiva:** Vincula dos proposiciones mediante el conectivo lógico: "o ..........., o ............"

***Tabla de Verdad***

| p | q | $p \Delta q$ |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

**4. Condicional:** Vincula dos proposiciones mediante el conectivo lógico :
"Si ..........., entonces ............."

***Tabla de Verdad***

| p | q | $p \rightarrow q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | F | V |

**5. Bicondicional:** Vincula dos proposiciones mediante el conectivo lógico:
"............. si y sólo si ............."

***Tabla de Verdad***

| p | q | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

**6. Negación:** Afecta a una sola proposición. Es un operador monádico que cambia el valor de verdad de una proposición:

***Tabla de Verdad***

| p | $\sim p$ |
|---|---|
| V | F |
| F | V |

***OBSERVACIÓN:*** La cantidad de filas en una tabla es:

$$\boxed{\# \text{ filas} = 2^n}$$

Donde n es la cantidad de proposiciones simples.

***IMPORTANTE:***

* Cuando los valores del operador principal son todos verdaderos se dice que el esquema molecular es ***tautológico***.

* Se dirá que el esquema molecular es ***contradictorio*** si los valores del operador principal son todos falsos.

* Si los valores del operador principal tiene por lo menos una verdad y una falsedad se dice que es ***contingente o consistente***.

### *LEYES DE ÁLGEBRA PROPOSICIONAL*

Son equivalencias lógicas que nos permiten reducir esquemas moleculares complejos y expresarlos en forma más sencilla. Las demostraciones de dichas leyes se hacen construyendo la tabla de verdad en cada caso.

***Principales Leyes:***

***a. Ley de Idempotencia:***

$$p \vee p \equiv p$$
$$p \wedge p \equiv p$$

***b. Ley Conmutativa:***

$$p \vee q \equiv q \vee p$$
$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

***c. Ley Asociativa:***

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$
$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

***d. Ley Distributiva:***

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$
$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

***e. Ley de la Doble Negación:***

$$\sim (\sim p) \equiv p$$

***f. Leyes de Identidad:***

$$p \vee V \equiv V \quad ; \quad p \vee F \equiv p$$
$$p \wedge V \equiv p \quad ; \quad p \wedge F \equiv F$$

***g. Leyes del Complemento:***

$$p \vee \sim p \equiv V$$
$$p \wedge \sim p \equiv F$$

***h. Ley del Condicional:***

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

***i. Ley de la Bicondicional:***

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p)$$
$$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$
$$p \leftrightarrow q \equiv \sim (p \,\Delta\, q)$$

***j. Ley de Absorción:***

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$
$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$
$$p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$$
$$p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$$

***k. Leyes de "De Morgan":***

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$
$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

## *CUANTIFICADORES:*

**1. *Cuantificador Universal:*** Sea la función proposicional $f_{(x)}$ sobre un conjunto A, el cuantificador $\forall$ ("para todo") indica que todos los valores del conjunto A hacen que la función proposicional $f_{(x)}$ sea verdadera.

> $\forall$ se lee : "Para todo"

***Ejemplo:***

Sea : $f_{(x)} : x^3 + 2 > 5$ donde $x \in N$
La proposición cuantificada es :

$\forall x \in N ; x^3 + 2 > 5$ es falsa.

**2. *Cuantificador existencial:*** Sea $f_{(x)}$ una función proposicional sobre un conjunto A el cuantificador $\exists$ (existe algún) indica que para algún valor del conjunto A, la función proposicional $f_{(x)}$ es verdadera.

> $\exists$ se lee : "Existe algún"

***Ejemplo:***

Sea $f_{(x)} : x^2 - 5 < 8$, donde : $x \in Z^+$, la proposición:
$\exists x \in Z^+ / x^2 - 5 < 8$ es verdadera:

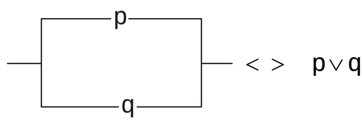
## *CIRCUITOS LÓGICOS*

Un circuito conmutador puede estar solamente en dos estados estables : cerrado o abierto, así como una proposición puede ser verdadera o falsa, entonces podemos representar una proposición utilizando un circuito lógico:

**1. *Circuito Serie:*** Dos interruptores conectados en serie representan una conjunción.

—p——q— $< >$ $p \wedge q$

**2. *Circuito Paralelo:*** Dos interruptores conectados en paralelo representan una disyunción.

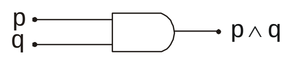



## *LÓGICA BINARIA*

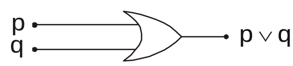
La lógica binaria trata con variables que toman 2 valores discretos y con operaciones que asumen significado lógico, para este propósito es conveniente asignar los valores de 1 y 0.

## *PRINCIPALES COMPUERTAS LÓGICAS*

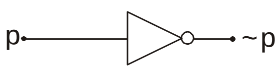
* Compuerta AND de dos entradas.



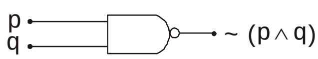

* Compuerta OR de dos entradas



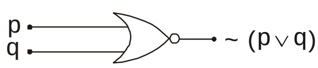

* Compuerta NOT




* Compuerta NAND de dos entradas




* Compuerta NOR de dos entradas



## *EJERCICIOS PROPUESTOS*

01. De los siguientes enunciados:
 * Qué rico durazno.
 * 7 + 15 > 50
 * $x^2 + y^2 = 25$

 ¿Qué alternativa es correcta?

 a) Una es proposición.
 b) Dos son enunciados abiertos.
 c) Dos son expresiones no proposicionales.
 d) Dos son proposiciones.
 e) Todas son proposiciones.

02. ¿Cuántas de las siguientes expresiones son proposiciones?
 * ¡Dios mío .... se murió!
 * El calor es la energía en tránsito.
 * Baila a menos que estés triste.
 * Siempre que estudio, me siento feliz.
 * El delfín es un cetáceo, ya que es un mamífero marino.

 a) 1   b) 2   c) 3
 d) 4   e) 5

03. Dadas las siguientes expresiones:
 * El átomo no se ve, pero existe.
 * Los tigres no son paquidermos, tampoco las nutrias.
 * Toma una decisión rápida.
 * Hay 900 números naturales que se representan con tres cifras.
 * La Matemática es ciencia fáctica.
 * Es imposible que el año no tenga 12 meses.

 ¿Cuántas no son proposiciones simples?

 a) 0   b) 1   c) 2
 d) 3   e) 4

04. Hallar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

 $(3+2=5) \vee (7-2=11)$

 $(4-1=3) \to (2-10=-8)$

 $(3+7=10) \wedge (12>5)$

 $\left(1^2=2\right) \leftrightarrow \left(1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\right)$

 a) VVFV   b) VFVV   c) VVVV
 d) VVVF   e) FVVV

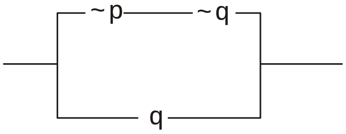
05. Determinar el valor de verdad de cada una de la siguientes proposiciones:
 I. Si : 3 + 1 = 7, entonces : 4 + 4 = 8
 II. No es verdad que :
 2 + 2 = 5 si y solo si 4 + 4 = 10.
 III. Madrid está en España o Londres está en Francia.

 a) VFV   b) VVV   c) VFF
 d) FVF   e) FFF

06. Si : $(p \wedge \sim q) \to r$ ; es falsa, determinar los valores de verdad de "p", "q" y "r".

 a) VVF   b) VFF   c) VVV
 d) VFV   e) FFF

07. Simbolizar:




 Si la proposición que se obtiene es falsa.
 ¿Cuáles son los valores de p y q respectivamente?

 a) VV   b) VF   c) FV
 d) FF   e) No se puede precisar

08. Si la proposición: $(p \to \sim q) \vee (\sim r \to s)$ es falsa, deducir el valor de verdad de :

 $$(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim p$$

 a) V   b) F
 c) V o F.   d) No se puede determinar.
 e) Es V si p es F.

09. Si la proposición compuesta:

 $$(p \wedge q) \to (r \vee t)$$

 Es falsa. Indicar las proposiciones que son verdaderas:

 a) p ; r   b) p ; q   c) r ; t
 d) q ; t   e) p ; r ; t

10. Si "p" es una proposición falsa, determina el valor de verdad de la expresión:

 $$\{(p \to q) \vee [r \to (\sim q \wedge p)]\} \to (r \wedge p \wedge q)$$

 a) Verdadero.
 b) Falso.
 c) Verdadero o falso.
 d) Verdadero sólo si q es verdadero.
 e) Falso sólo si r es falso.

11. Si la proposición:

 $$(p \wedge q) \to (q \to r)$$

 es falsa, hallar el valor de verdad de las siguientes fórmulas:
 I. $\sim (p \vee r) \to (p \vee q)$
 II. $(p \vee \sim q) \to (\sim r \wedge q)$
 III. $[(p \wedge q) \vee (q \wedge \sim r)] \leftrightarrow (p \vee \sim r)$

 a) VVF   b) VFV   c) VVV
 d) VFF   e) FVV

12. Los valores de verdad de las proposiciones "p" , "q" , "r" y "s" son respectivamente V, F, F y V.
Obtener los valores de verdad de:
I. $[(p \vee q) \vee r] \wedge s$
II. $r \to (s \wedge p)$
III. $(p \vee r) \to (r \wedge \sim s)$

a) VFF b) FVV c) VVV
d) VVF e) FFF

13. Si la proposición:
$$p \to (r \vee s)$$
Es falsa, ¿cuántas de las siguientes proposiciones son verdaderas?
I. $(\sim s \vee t) \vee \sim p$
II. $r \leftrightarrow p$
III. $t \to \sim r$
IV. $(r \to p) \vee (s \to t)$

a) Ninguna b) Una c) Dos
d) Tres e) Cuatro

14. Si la proposición compuesta:
$$\sim [(p \wedge \sim r) \to (r \,\Delta \sim q)]$$
no es falsa. Hallar el valor de verdad de las proposiciones r, p y q respectivamente.

a) FVV b) VVF c) VFV
d) FVF e) VFF

15. De la falsedad de la proposición :
$(p \to \sim q) \vee (\sim r \to s)$ se deduce que el valor de verdad de los esquemas:
I. $(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim q)$
II. $(\sim r \vee q) \leftrightarrow [(\sim q \vee r) \wedge s]$
III. $(p \to q) \leftrightarrow [(p \vee q) \wedge \sim q]$
Son respectivamente :

a) VFV b) FFF c) VVV
d) VVF e) FFV

16. Sean las proposiciones:
* $p_{(x)} : \forall x \in R \ , \ x^0 = 1$
* $q_{(y)} : \exists y \in N \ / \ y^2 \leq 0$
* $r_{(z)} : \forall z \in R \ , \ z^2 - 9^2 = (z+3)(z-3)$

Indique el valor de verdad de:
$p \leftrightarrow q \ , \ p \to r \ , \ r \vee q$

a) FFV b) FVV c) VFV
d) VVV e) FFF

17. Sea : U = {1 , 2 , 3}, el conjunto universal.
Hallar el valor de verdad de:
I. $\exists x , \forall y / x^2 < y+1$
II. $\forall x , \exists y / x^2 + y^2 < 12$
III. $\forall x , \forall y / x^2 + y^2 < 12$
IV. $\exists x , \exists y / x^2 + y^2 < 12$

a) VFVF b) VVFF c) VVVF
d) VVVV e) VVFV

18. Si : U = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5}
¿Cuál es el valor de verdad de las siguientes proposiciones?
I. $\forall x \in U : x \geq 3 \vee x < 4$
II. $\exists x \in U : x + 2 < 8 \Rightarrow x > 6$
III. $\forall x \in U : x + 2 = 5 \Leftrightarrow x - 1 = 2$

a) VVV b) FFV c) VFV
d) FVF e) FFF

19. Hallar los valores de verdad de las siguientes proposiciones:
I. $(\forall x \in R , x = x) \wedge (\exists x \in R , x+1 > x)$
II. $(\forall x \in R , x^2 \neq x) \wedge (\exists x \in Z , x+1 \neq x-1)$
III. $(\exists x \in N , x \neq 0) \Rightarrow (\forall x \in Q , x \neq 0)$
IV. $(\exists x \in N , x - 3 \leq x) \Rightarrow (\forall x \in R , x - 1 \geq x)$

a) FVVF b) FVVV c) VVFF
d) VFFF e) VVVF

20. Sea : A = {1 , 2 , 3}
Determinar el valor de verdad de las siguientes expresiones:
I. $\exists x \in A , \forall y \in A / x^2 < y+1$
II. $\forall x \in A , \exists y \in A / x^2 + y^2 < 12$
III. $\exists \ x \in A , \forall \ y \in A , \exists \ z \in A / x^2 + y^2 < 2z^2$
IV. $\exists \ x \in A , \exists y \in A , \forall z \in A / x^2 + y^2 \leq 2z^2$

a) VFVV b) VVFV c) VVVF
d) FVVV e) VVVV

21. Señalar la expresión equivalente a la proposición:
$$(p \vee \sim p) \wedge (\sim q \vee \sim p)$$

a) $q \to p$
b) $p \to q$
c) $(p \to q) \to \sim p$
d) $\sim p \to (p \to q)$
e) $(q \to p) \to \sim p$

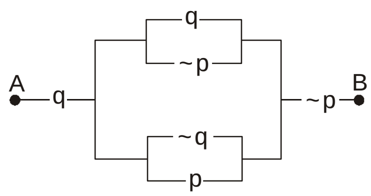
22. Indicar el valor de verdad de:
 I. $p \rightarrow (p \vee q)$
 II. $(p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
 III. $\sim [(p \wedge q) \rightarrow p]$

a) VVV b) VFV c) VVF
d) FVF e) FVV

23. Indicar el valor de verdad de:
 I. $\sim [(p \wedge q) \rightarrow p]$
 II. $(p \wedge q) \rightarrow p$
 III. $(p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
 IV. $p \rightarrow (p \vee q)$

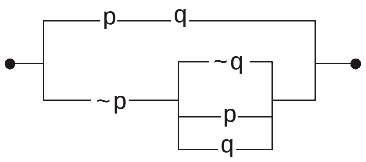
a) VFVF b) VVVF c) FVFV
d) VFFV e) FVVV

24. Simplificar el siguiente circuito:



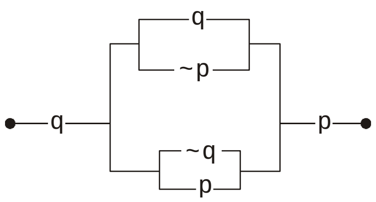

a) $p \vee q$ b) $\sim p \vee q$ c) $p \wedge q$
d) $\sim p \wedge q$ e) $\sim p \vee \sim q$

25. Hallar la proposición equivalente al circuito lógico:




a) p b) $p \vee \sim q$ c) $p \vee q$
d) $\sim p \vee q$ e) $p \wedge \sim q$

26. Simplificar la proposición que corresponde al circuito:




a) $p \vee q$ b) $\sim p \vee q$ c) $p \wedge q$
d) $\sim p \wedge q$ e) $\sim p \vee \sim q$

27. Simplificar a su mínima expresión:

$$(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \wedge \sim q) \vee (p \vee q)]$$

a) p b) q c) $p \wedge q$
d) $p \vee q$ e) $p \rightarrow q$

28. Simplificar:

$$M = [(\sim p \vee q) \rightarrow (\sim q \vee p)] \wedge \sim (p \wedge q)$$

a) q b) p c) ~p
d) ~q e) $\sim p \vee q$

29. Simplificar:

$$\sim [(\sim p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim p] \rightarrow [q \rightarrow (p \rightarrow \sim q)]$$

a) $p \wedge \sim q$ b) $\sim p \vee q$
c) $\sim (p \wedge q)$ d) $\sim (p \vee q)$
e) $p \vee q$

30. De la veracidad de:

$$\sim [(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow \sim s)]$$

Deducir el valor de verdad de :
 I. $\sim (\sim q \vee \sim s) \rightarrow \sim p$
 II. $\sim (\sim r \wedge s) \leftrightarrow (\sim p \rightarrow \sim q)$
 III. $p \rightarrow \sim [q \rightarrow \sim (s \rightarrow r)]$

a) FVV b) VVF c) FFV
d) VFF e) FFF

31. Indicar el valor de verdad de:
 I. $(\sim p \wedge \sim q) \leftrightarrow (p \vee q)$
 es una contradicción.
 II. $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
 es una tautología.
 III. $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow (q \,\Delta\, r)$
 es una contingencia.

a) VVV b) VVF c) VFF
d) VFV e) FVV

32. De los siguientes esquemas:
 * $(q \rightarrow r) \vee (\sim p \rightarrow r)$
 * $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow p$
 * $[(\sim p \wedge q) \rightarrow \sim r] \rightarrow \sim [r \wedge \sim (p \vee \sim q)]$

Indicar en el orden dado cuál es Tautología (T), Contingencia (S) o Contradicción (C):

a) T , C , S b) T , S , C c) C , T , S
d) S , T , C e) S , C , T

33. Dado el siguiente enunciado:

$$\sim [\{ \sim ([p \vee q] \wedge p) \Rightarrow \sim (q \wedge r)\} \vee q]$$

Según su tabla de verdad, podemos decir que dicha proposición es una:

a) Tautología. b) Contradicción.
c) Contingencia. d) Ley lógica.
e) Equivalencia lógica.

34. Si:

$a * b \equiv (a \to b) \vee [b \vee \sim (a \to b)]$

$a \heartsuit b \equiv \{a \vee [b \to (a \vee b)]\} \to \sim a$

Reducir :

$$\{[(p * q) \heartsuit r] * (\sim p * q)\} \heartsuit \{q * (p \wedge \sim q)\}$$

a) $\sim p$ b) V c) F
d) p e) q

35. Si se define:

$$p \,\Delta\, q \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

Simplificar: $\sim [(p \,\Delta \sim q) \to \sim q]$

a) $p \wedge q$ b) $p \vee q$ c) $\sim p \wedge q$
d) $\sim p$ e) $\sim q$

36. Se define el operador : (+), por la siguiente tabla:

| p | q | p + q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | V |
| F | V | F |
| F | F | V |

Simplificar: (p + q) + p

a) F b) $p \vee q$ c) $\sim q \vee q$
d) $p \wedge q$ e) V

37. Se definen los operadores # y $\theta$ por las siguientes tablas:

| p | q | p # q |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

| p | q | p $\theta$ q |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | V |

Simplificar:

$$[(p \# \sim q)\, \theta\, p] \wedge (q \,\theta \sim p)$$

a) $q \to p$ b) $q \,\Delta\, p$ c) $p \vee q$
d) $p \wedge q$ e) $q \to \sim p$

38. Se definen los operadores "$\nabla$" y "$\uparrow$" por las siguientes tablas:

| p | q | p $\nabla$ q | p $\uparrow$ q |
|---|---|---|---|
| V | V | F | V |
| V | F | V | F |
| F | V | F | V |
| F | F | F | V |

¿Cuál o cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

I. $p \to \sim q \equiv \sim (p \nabla \sim q)$

II. $\sim (p \nabla q) \vee (p \uparrow q) \equiv p \to q$

III. $\sim p \uparrow q \equiv \sim (\sim p \nabla q)$

a) Sólo I b) Sólo II c) I y II
d) I y III e) Todas

39. Si: $p * q \equiv p \to \sim q$

$p \# \sim q \equiv (p \leftrightarrow q) \to \sim p$

Simplificar:

$$[(p \wedge q) * (p \vee q) \# (p \to q)]$$

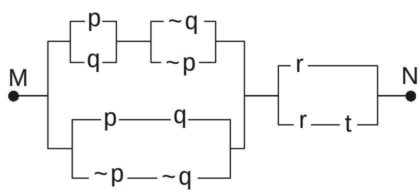
a) $\sim p \vee q$ b) p c) $\sim q$
d) $\sim p \vee \sim q$ e) $\sim p$

40. Si: $p * q \equiv \sim p \wedge \sim q$

Expresar $\sim p$ usando únicamente el operador (*)

a) (p * p) * p
b) (p * ~p) * p
c) ~(p * q)
d) p * q
e) p * (q * q)

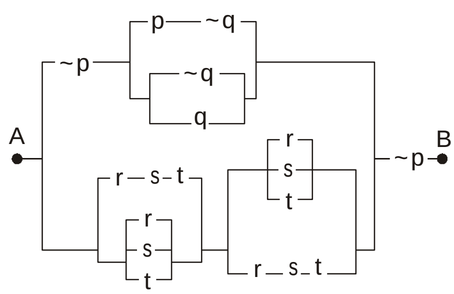
41. La proposición equivalente más simple del siguiente circuito:




Es:

a) p b) q c) r
d) p e) ~q

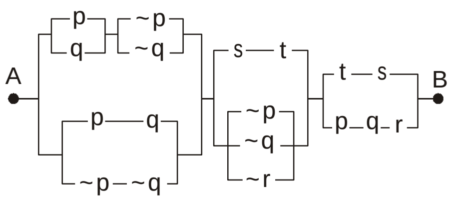
42. El circuito lógico:



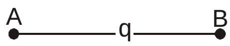

Es equivalente a:

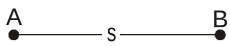
a) p b) q c) ~p
d) ~q e) $p \wedge q$

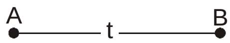
43. El circuito lógico más simple equivalente al siguiente circuito:

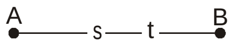



a) 


b) 

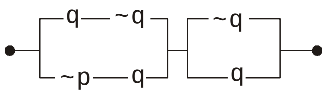

c) 


d) 

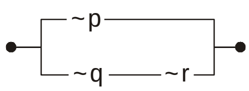

e) 

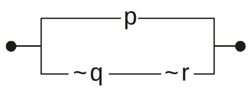

44. Si:

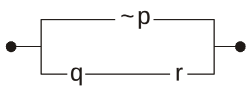
$A \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)] \wedge [(p \wedge t) \vee (p \wedge \sim t)]$

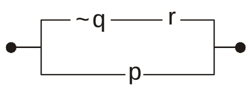
$B \equiv$ 

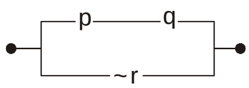

El circuito simplificado de $A \rightarrow B$ es:

a) 

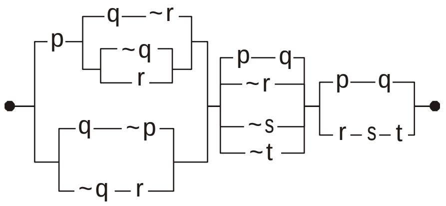

b) 


c) 

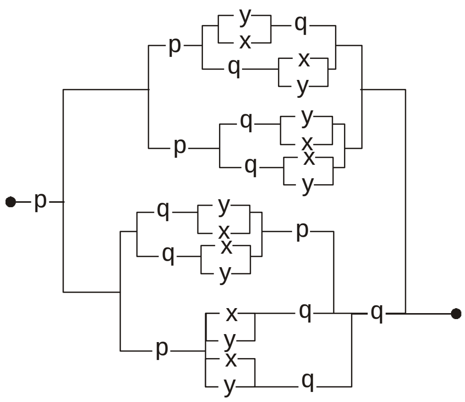

d) 


e) 


45. Si la proposición $x \vee y$ es equivalente al circuito:




Simplificar el siguiente circuito:




a) $p \wedge q$

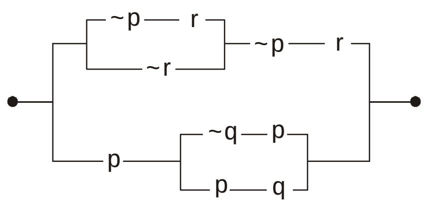
b) $p \wedge q \wedge r \wedge s \wedge t$

c) $r \wedge s$

d) $s \wedge t$

e) $p \vee q \vee r \vee s \vee t$

46. Sabiendo que la instalación de cada llave cuesta S/. 20. Cuánto se ahorraría si hacemos una instalación mínima; pero equivalente a:




a) 80 b) 100 c) 140
d) 160 e) 180

47. Para una proposición cualquiera, "p" se define:

$$F_{(p)} = \begin{cases} 1 & \text{si p es Verdadero} \\ 0 & \text{si p es Falso} \end{cases}$$

Si:

$F_{(m)} = 1$ donde $m = (p \vee r) \rightarrow s$

$F_{(n)} = 0$ donde $n = p \vee (r \rightarrow p)$

Halle:

$$F(p \wedge r) + F(r \vee s) + F(p \rightarrow s) + F(\sim p)$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

48. La siguiente función:

$$F_{(p)}=\begin{cases}1; \text{ Si p es verdadera}\\ 0; \text{ Si p es falsa}\end{cases}$$

Si : $F_{(x)}=1 \;\wedge\; F_{(y)}=0$

Donde :

$x \equiv (p\wedge \sim r) \leftrightarrow (s \leftrightarrow w)$

$y \equiv w\vee \sim s$

Hallar:

$E = F[(s \leftrightarrow\sim w) \leftrightarrow (\sim p \vee r)] +$

$F[\sim (\sim r \to\sim p) \to (t \to (w\wedge \sim p))]$

a) 0
b) 1
c) 2
d) No se puede determinar
e) Tautología

49. Sean las proposiciones:

p: Si $N \in Z^+$ , entonces:

MCD $(N\,;\, N^2+1)=1$

q: El conjunto vacío es subconjunto y elemento.

r: MCD $(\overline{ab0}_7\;;\;7)=7$

s: MCM (a ; b) = $a\times b \leftrightarrow$ MCD (a ; b) = 1

Además sean las proposiciones x e y:

$P_{(x;y)} \equiv x \wedge y$

$Q_{(x;y)} \equiv x \to y$

$$F_{(x)}=\begin{cases}1 \;;\; \text{si x es verdadero}\\ 0 \;;\; \text{si x es falso}\end{cases}$$

Calcule:

$$F = F(P_{(p;q)}) + F(Q_{(q;r)}) + F(P_{(r;s)})$$

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

50. Sea la función:

f :{p/p es proposición} $\to$ {0 , 1} definido

por $f_{(p)}=\begin{cases}1 \;,\; \text{si p es verdadero}\\ 0 \;,\; \text{si p es falso}\end{cases}$

Indicar si es verdad la siguiente igualdad:

$$f(p \to q) = 1 - f(q)\cdot f(\sim p)$$

a) Verdadero
b) Falso
c) Depende de q
d) Es contradictorio
e) Es un enunciado abierto

51. Si m y n son números reales, además se define:

$$f_{(x)}=\begin{cases}\dfrac{3m}{n}+1 \;;\; \text{Si x es proposición verdadera}\\ \dfrac{3n}{m}-1 \;;\; \text{Si x es proposición falsa}\end{cases}$$

Hallar:

$$M=\sqrt{\frac{m}{n}}+\sqrt{\frac{n}{m}}$$

Sabiendo que: $f_{(q)}+f_{(r)}=21$

Siendo:

$q: 4<3 \leftrightarrow -1=0$

$r: -1<0 \to (-1)^2<0$

a) $\frac{1}{3}$
b) $-3$
c) $\frac{1}{7}$
d) 1
e) 3

52. Sean r, s, t, $p_i$ , $q_i$ donde i = 1 ; 2 ; ..... ; n proposiciones tales que $p\wedge t$ es falsa para todo i = 1 ; 2 ; ......... ; n

$s \equiv p_1 \vee p_2 \vee p_3 \vee .... \vee p_n$ es verdadera.

$r \equiv (p_1\wedge t)\vee(p_2\wedge t)\vee....\vee(p_n\wedge t)$

$q_i \equiv p_i \vee t$ es falso para i par y es verdadera para i impar.

Hallar el valor de verdad de:

$$\{(p_5\vee t)\leftrightarrow(q_2\wedge p_1)\}\,\Delta\,\{\sim(q_1\wedge q_2)\vee(p_3\wedge t)\}$$

a) Verdadero.
b) Falso.
c) Faltan datos.
d) No se puede determinar.
e) Depende del valor de verdad de r.

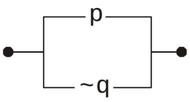
53. Sea "S" una proposición que corresponde a la siguiente tabla:

| p | q | s |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

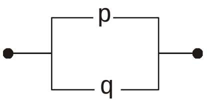
Y "r" la proposición más simplificada, equivalente a:

$$[(p \to q)\leftrightarrow\sim q]\wedge \sim q$$

¿Cuál es el circuito más sencillo, equivalente al que resulta de conectar en paralelo los circuitos correspondientes a "~r" y a "s"?

a) 

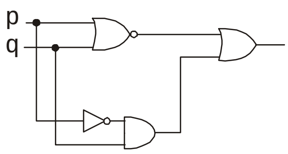

b) 


c) 


d) 

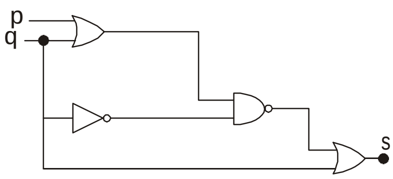

e) 


54. El equivalente de:




a) p b) ~p c) q
d) ~q e) $p \wedge q$

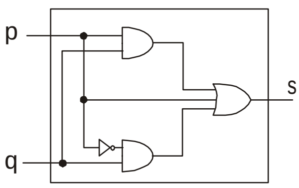
55. Dado el siguiente circuito:




Si s es falsa.
¿Cuáles son los valores de verdad de p y q respectivamente?

a) VV b) VF c) FV
d) FF e) Faltan datos

56. Los profesores de Aritmética de la academia TRILCE han diseñado un circuito integrado que recibe ***p*** y ***q*** como entradas y ***s*** como salida.

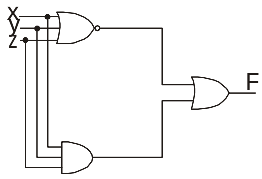


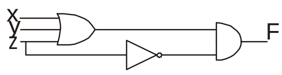

a) p b) q c) V
d) F e) $p \vee q$

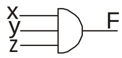
57. Diseñe el circuito que cumple con la siguiente tabla:

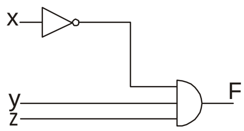
| x | y | z | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

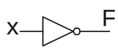
Utilice compuertas lógicas:

a) 


b) 


c) 


d) 


e) 


58. Expresar la operación lógica F; según la tabla:

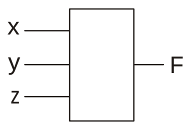
| x | y | z | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

a) $\overline{x}\,\overline{y}\,z + xyz$ b) $(x + y)z$
c) $x + y + z$ d) $\overline{x}\,\overline{y}\,z + x\,\overline{y}\,z$
e) $xyz$

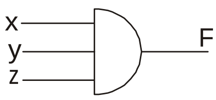
59. Dada la siguiente tabla:

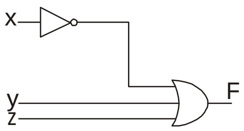
| x | y | z | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

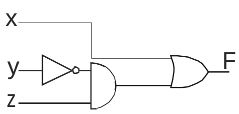
Diseñar el circuito:

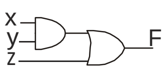


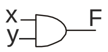

que cumple con dicha tabla utilizando las compuertas: INVERSOR, AND, OR.

a) 

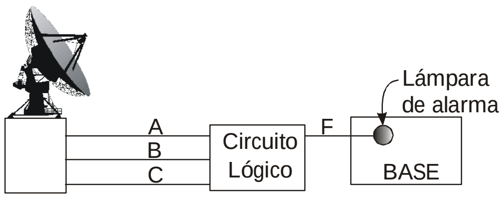

b) 


c) 


d) 


e) 


60. El circuito lógico permite detectar el estado de 3 aviones A, B, C de tal manera que la lámpara de alarma en la base se enciende cuando los tres aviones están averiados o cuando sólo el avión A está averiado.
Expresar F en función de las entradas A, B y C:
Avión sin averías: 0
Avión con averías: 1
Lámpara apagada: 0
Lámpara encendida: 1


a) $F = A(\overline{B}\,\overline{C} + BC)$
b) F = A + BC
c) F = ABC
d) F = A (B + C)
e) $F = A\overline{B}\,\overline{C}$

## EL VAGO DE COZ

*"En la antigua ciudad de Coz, de la que ya no queda un solo recuerdo, gobernaba un adivino muy astuto. Toda la población trabajaba salvo él, grandísimo vago, que ejercía de enlace psicoastral. Cada día obligaba a algún desdichado ciudadano a competir contra él en un extraño concurso. El aspirante debía formular al adivino una pregunta acerca de algún suceso futuro cuya respuesta debía ser simplemente "sí" o "no". En caso de que el vago acertase la respuesta, el desafortunado concursante se convertía en su esclavo y era obligado a trabajar para él de por vida. Si el adivino errase la respuesta, éste sería depuesto, convertido en asno y condenado a rebuznar durante mil años. Por desgracia para los pobladores de Coz, el vago poseía una esfera de cristal, que funcionaba mediante la magia capaz de anticipar el futuro con toda certeza. Si usted fuera el próximo rival del malvado vago. ¿Qué pregunta le haría?".*

# Claves

| | |
|---|---|
| 01. | a |
| 02. | b |
| 03. | e |
| 04. | d |
| 05. | a |
| 06. | b |
| 07. | b |
| 08. | b |
| 09. | b |
| 10. | b |
| 11. | c |
| 12. | d |
| 13. | d |
| 14. | a |
| 15. | b |
| 16. | b |
| 17. | e |
| 18. | c |
| 19. | d |
| 20. | e |
| 21. | c |
| 22. | c |
| 23. | e |
| 24. | d |
| 25. | d |
| 26. | c |
| 27. | d |
| 28. | d |
| 29. | c |
| 30. | e |

| | |
|---|---|
| 31. | a |
| 32. | d |
| 33. | b |
| 34. | c |
| 35. | a |
| 36. | e |
| 37. | a |
| 38. | e |
| 39. | a |
| 40. | b |
| 41. | c |
| 42. | c |
| 43. | e |
| 44. | a |
| 45. | b |
| 46. | d |
| 47. | c |
| 48. | c |
| 49. | c |
| 50. | b |
| 51. | e |
| 52. | a |
| 53. | c |
| 54. | b |
| 55. | b |
| 56. | e |
| 57. | a |
| 58. | d |
| 59. | c |
| 60. | a |