Capítulo

16 LOGARITMOS EN R

Función Exponencial

Siendo "b" un número positivo distinto de la unidad.

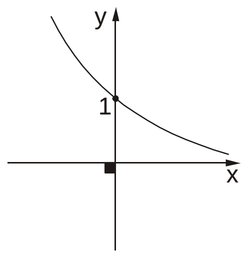
$$\boxed{F : R \to R \,/\, y = F(x) = \exp_b(x) = b^x}$$

Donde :

$$D_F = R \wedge R_F = <0\,;\,\infty>$$

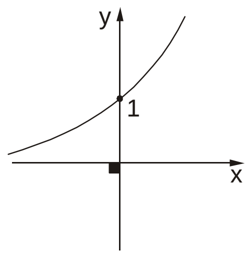
Análisis de la gráfica :

1. $F : F(x) = b^x\,;\; 0 < b < 1$



La función es decreciente.

2. $F : y = F(x) = b^x\,;\; b > 1$



La función es creciente.

Observación : La función exponencial es monótona e inyectiva, por lo último se afirma que dicha función admite inversa.

Función logarítmica

Siendo "b" un número positivo distinto de la unidad.

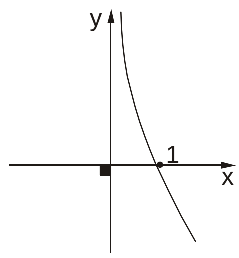
$$\boxed{F : R \to R \,/\, y = F(x) = \mathrm{Log}_b x}$$

Donde :

$$D_F = <0\,;\,\infty> \wedge R_F = R$$

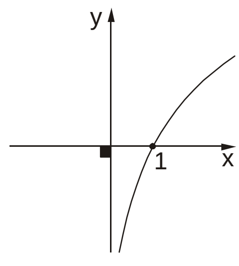
Análisis de la gráfica

1. $F : y = F(x) = \mathrm{Log}_b x\,;\; 0 < b < 1$



La función es decreciente.

2. $F : y = F(x) = \mathrm{Log}_b x\,;\, b > 1$



La función es creciente.

Observación : La función logarítmica es la inversa de la función exponencial y viceversa.

Logaritmo (Log)

Se define logaritmo de un número "N" en una base "b" positiva y distinta de la unidad, como el exponente "α" que debe afectar a dicha base, para obtener una potencia igual al número dado inicialmente.

Representación

$$\text{Log}_b N = \alpha \text{ .... (1)}$$

Donde :
Log = Operador de la logaritmación
N = Número propuesto / N > 0
b = Base del logaritmo / b > 0; b $\neq 1$
α = Logaritmo / $\alpha \ \varepsilon$ R.

Definición :

$$b^{\alpha} = N \text{ ...... (2)}$$

* $\text{Log}_2 8 = x \Leftrightarrow 2^x = 8$
$\therefore x = 3$

* $\text{Log}_5 x = 2 \Leftrightarrow 5^2 = x$
$\therefore x = 25$

Teorema : Reemplazando (1) en (2).

$$\boxed{b^{\text{Log}_b N} = N}$$

* $5^{\text{Log}_5 3} = 3$

* $12^{\text{Log}_{12}(x-4)} = 5 \Leftrightarrow x - 4 = 5$
$\therefore x = 9$

Propiedades generales :

1. $\forall b > 0;\ b \neq 1$
$\text{Log}_b 1 = 0$

2. $\forall b > 0;\ b \neq 1$
$\text{Log}_b b = 1$

Observación : En R no existe el logaritmo para números negativos.

* $\text{Log}_7(-10)$ ¡No existe en R!

Propiedades operativas :

1. $\forall M, N > 0;\ \forall b > 0; b \neq 1$

$$\boxed{\text{Log}_b M + \text{Log}_b N = \text{Log}_b (M \cdot N)}$$

2. $\forall M, N > 0;\ \forall b > 0; b \neq 1$

$$\boxed{\text{Log}_b M - \text{Log}_b N = \text{Log}_b \left(\frac{M}{N}\right)}$$

3. $\forall M > 0;\ \forall n \varepsilon R; \forall b > 0; b \neq 1$

$$\boxed{\text{Log}_b M^n = n \,.\, \text{Log}_b M}$$

4. $\forall M > 0;\ \forall n \varepsilon R - \{0\}; \forall b > 0; b \neq 1$

$$\boxed{\text{Log}_b M = \text{Log}_{b^n} M^n}$$

Casos especiales :

1. $\forall b > 0; b \neq 1; \{m, n\} \subset R - \{0\}$

$$\text{Log}_{(b^n)}(b^m) = \frac{m}{n}$$

2. $\forall b > 0; b \neq 1; \{m, n\} \subset R^+$

$$\text{Log}_{(\sqrt[n]{b})}(\sqrt[m]{b}) = \frac{n}{m}$$

3. $\forall b > 0; b \neq 1; n \varepsilon R$

$$n = \text{Log}_b b^n$$

Sistema de logaritmos

Un sistema de logaritmos se genera al asumir el parámetro "b" un valor determinado, como : b > 0; b $\neq$ 1, es fácil apreciar que existen infinitos sistemas de logaritmos, siendo los usuales los siguientes :

1. Sistema de logaritmos naturales :
También llamado sistema de logaritmos neperianos o hiperbólicos. Aquí, la base es el número inconmensurable "e" cuyo valor aproximado es : 2,7182.

$$\boxed{\text{Log}_e N = \text{Ln}N \ ;\ N > 0}$$

2. Sistema de logaritmos decimales :
También llamado sistema de logaritmos vulgares o Briggs, aquí la base es el número 10.

$$\boxed{\text{Log}_{10} N = \text{Log}N \ ;\ N > 0}$$

Conversión de Sistemas :

1. De logaritmo natural a decimal

$$\boxed{\text{LogN} = 0{,}4343\ .\text{LnN}\ ;\ N > 0}$$

2. De logaritmo decimal a natural

$$\boxed{\text{Ln N} = 2{,}3026\ .\ \text{LogN}\ ;\ N > 0}$$

Cambio de base

Dado un logaritmo en base "b", se le podrá representar en base "m", según la relación.

$$\boxed{\text{Log}_b N = \frac{\text{Log}_m N}{\text{Log}_m b}}$$

Donde : $N > 0 \wedge \{m, b\} \subset R^+ - \{1\}$

* $\text{Log}_3 12$ en base 5, será :

$$\text{Log}_3 12 = \frac{\text{Log}_5 12}{\text{Log}_5 3}$$

Caso especial : $\forall \{a, b\} \subset R^+ - \{1\}$

$$\boxed{\text{Log}_b a = \frac{1}{\text{Log}_a b}}$$

* $\text{Log}_7 18 = \dfrac{1}{\text{Log}_{18} 7}$

Regla de la cadena :

Verificando la existencia de cada uno de los factores en el conjunto R, se cumple :

$$\boxed{\text{Log}_b \cancel{a} . \text{Log}_{\cancel{a}} \cancel{c} . \text{Log}_{\cancel{c}} \cancel{d} . \text{Log}_{\cancel{d}} e = \text{Log}_b e}$$

* $\text{Log}_2 5 . \text{Log}_5 7 . \text{Log}_7 8 = \text{Log}_2 8$

$= \text{Log}_2 2^3 = 3\text{Log}_2 2$

$= 3.1 = 3$

Propiedad adicional :

$$\forall\, a, b, c\ \varepsilon R^+ / b \neq 1$$

$$\boxed{a^{\text{Log}_b c} = c^{\text{Log}_b a}}$$

* $5^{\text{Log}_7 12} = 12^{\text{Log}_7 5}$

Ecuaciones logarítimicas

Analizaremos cada uno de los casos frecuentes, veamos :

Primer caso : $\text{Log}_b x = a$

se cumple : $x > 0 \wedge b > 0;\ b \neq 1$

se plantea : $b^a = x$

Segundo caso : $\text{Log}_b x = \text{Log}_b y$

se cumple : $x > 0 \wedge y > 0 \wedge b > 0; b \neq 1$

se plantea : x = y

Tercer daso : $b^x = a$

se cumple : $a > 0 \wedge b > 0$

se plantea : $\text{Log}_b b^x = \text{Log}_b a$

$x . \text{Log}_b b = \text{Log}_b a$

$\therefore\ x = \text{Log}_b a$

Inecuaciones exponentes

Analizaremos cada uno de los casos existentes, veamos :

Primer caso : Siendo, 0 < b < 1.

$b^x < b^y \Rightarrow x > y$

$b^x > b^y \Rightarrow x < y$

Segundo caso : Siendo, b > 1.

$b^x < b^y \Rightarrow x < y$

$b^x > b^y \Rightarrow x > y$

Inecuaciones logarítmicas

Analizaremos cada uno de los casos existentes, veamos :

Primer caso :
Siendo, $0 < b < 1 \wedge x > 0 \wedge y > 0$

$\text{Log}_b x < \text{Log}_b y \Rightarrow x > y$

$\text{Log}_b x > \text{Log}_b y \Rightarrow x < y$

Segundo caso :

Siendo, $b > 1 \wedge x > 0 \wedge y > 0$

$Log_b x < Log_b y \Rightarrow x < y$

$Log_b x > Log_b y \Rightarrow x > y$

Cologaritmo (Colog)

Teniendo en cuenta que :

$$N > 0 \wedge b > 0 \, , \, b \neq 1$$

Se define el cologaritmo del número "N" en la base "b", de la manera siguiente :

$$\boxed{Colog_b N = -Log_b N = Log_b (\frac{1}{N})}$$

* $Colog_{125} 25 = -Log_{125} 25$

$= -Log_{(5^3)}(5^2)$

$= -\frac{2}{3}$

Antilogaritmo (Antilog)

También llamado exponencial, considerando que : $N \varepsilon R \wedge b > 0 \; b \neq 1$, se define el logaritmo del número "N" en la base "b", de la manera siguiente:

$$\boxed{Antilog_b N = exp_b N = b^N}$$

* $Antilog_2 4 = 2^4 = 16$

* $exp_3(-2) = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

Relación entre Operadores :

Teniendo en cuenta que $\{x; b\} \subset R^+ / b \neq 1$;

se cumple :

1. $Antilog_b(Log_b x) = x$
2. $Antilog_b(Colog_b x) = x^{-1}$
3. $Log_b(Antilog_b x) = x$
4. $Colog_b(Antilog_b x) = -x$

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Hallar :

$$M = Log_{\sqrt{2}}16 + Log_{27}9 + Log_{\sqrt{5}}\sqrt[3]{25}$$

a) 11 b) 121/12 c) 125/12
d) 13 e) 10

02. Si :

$a * b = a^2 - b^2$

$a\%b = Log_2(a-b)$

Calcular : $E = (5 * 3)^{(3a^2\%2a^2)}$.

a) 8a b) a^4 c) a^8
d) a^{16} e) $4a^2$

03. Si se cumple:

$$Log\left(\frac{p^2+q^2}{2}\right) = Logp + Logq$$

Calcular : $Log_q p + Log_p q + 20$.

a) 22 b) 0 c) 7
d) 8 e) 4

04. Si : Log2 = a; Log3 = b, hallar el logaritmo de 5 en base 6 en términos de "a" y "b".

a) 1 b) $\frac{a+b}{a-b}$ c) $\frac{a+b}{ab}$
d) $\frac{1-a}{a+b}$ e) $\frac{a-1}{a+b}$

05. Indicar la suma de los 999 primeros términos de la sucesión :

$$Log(1+1);\ Log(1+\frac{1}{2});\ Log(1+\frac{1}{3});.....$$

a) 1/2 b) 7 c) 3/2
d) 5 e) 3

06. Efectuar :

$$\frac{3}{Log_2 45+3} + \frac{2}{Log_3 40+2} + \frac{1}{Log_5 72+1}$$

a) 2 b) -1 c) 1
d) 1/2 e) -1/2

07. Si : $a^3b^3 = a+b$; $ab \neq 1 \wedge a+b > 0$, hallar "x", de : $(a+b)^{Log_{ab}x} = 64$.

a) 1/2 b) 2 c) 8
d) 4 e) 6

08. Calcular :

$$E = \left(\frac{1}{2+Log_3 5}\right)\left(\frac{1}{1-Log_{45}9}\right).\left(\frac{Ln25}{Ln3}\right)$$

a) 2 b) 5 c) 1/2
d) 1/5 e) 1/10

09. Calcular :

$$E = Colog_6\ Antilog_3(Log_3 12+1)$$

a) 1/2 b) 2 c) -2
d) 1/4 e) -1/2

10. Si :

$Antilog_c\ Antilog_a\ b = ab$; $a, b, c \in R^+ - \{1\}$,

reducir :

$$E = Colog_c\ a + Colog_c\ b$$

a) 0 b) ab c) a^b
d) -ab e) $-a^b$

11. Hallar "x", de :

$$3Log(2x) + 2Logx = Log\left(\frac{1}{4}\right)$$

a) 0,5 b) 1 c) -5
d) 2 e) -1/2

12. Resolver :

$$7x^{Log_4 3} + 5(3^{Log_4 x}) = 36$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

13. Dada la ecuación :

xLog4 + Log (Log3) = Log(Log81)

El valor de "x" que le verifica es :

a) 6 b) 1 c) 8
d) 5 e) 4

14. Resolver la ecuación :

$$x + Log(1+2^x) = x\,Log5 + Log6$$

Hallar : $\sqrt[x+1]{x-1}$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 8

15. Hallar "x".

$$\mathrm{Log}_a x\,\mathrm{Log}_b c=\frac{\mathrm{Log}_b x\mathrm{Log}_c x\mathrm{Log}_a c}{1+\mathrm{Log}_c a}$$

a) ab b) bc c) ac
d) a e) b

16. Dar la suma de soluciones de :

$$9\,\mathrm{Log}_8 x+2\mathrm{Log}_x 8=9$$

a) 10 b) 8 c) 6
d) 12 e) 10

17. Resolver la ecuación :

$$(\mathrm{Log}\,x)^{\frac{\mathrm{Colog\ Antilog}\,x}{\mathrm{Log\,Log}x}}=10^{-2}$$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

18. Hallar la mayor solución :

$$\sqrt{1+\mathrm{Log}\,x}=\mathrm{Log}^2 x-1$$

a) $10\sqrt{10}$ b) $\sqrt[3]{10}$ c) $\sqrt{10}^{\sqrt{5}+1}$
d) $\sqrt{10}^{\sqrt{5}-1}$ e) $100\sqrt{10}$

19. Hallar "x", en :

$$\sqrt{99}^{\,x(1+\mathrm{Log}_{99}x)}=\sqrt[3]{66}$$

a) 1/3 b) 3/2 c) 2/3
d) 1/9 e) 1/27

20. Señalar el producto de las tres raíces de :

$$x^{\mathrm{Log}_2^2 x-\mathrm{Log}_2 x^2-4}=\left(\frac{x}{64}\right)$$

a) $4\sqrt{2}$ b) 4 c) 16
d) 8 e) 2

21. Calcular el logaritmo en base 16 del logaritmo de $2\sqrt{2}$ en base 8.

a) -1/4 b) 4 c) -4
d) 1/2 e) -8

22. Calcular :

$$9\mathrm{Log}_8\left(\frac{1}{3}+\mathrm{Log}_4\sqrt[3]{2}\right)^{-4}$$

a) 9 b) 12 c) 15
d) 18 e) 13

23. Si : $a\otimes b=(\mathrm{Log}_3 a)(\mathrm{Log}_3 b)$; $a>0 \wedge b>0$,
hallar : $E=3^{5\oplus 9}$.

a) 27 b) 45 c) 15
d) 25 e) 9

24. Si : a > b > c > 1, reducir :

$$E=\frac{\mathrm{Log}_c a+1}{\mathrm{Log}_c b\,.\,\mathrm{Log}_b a^2c^2}$$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{ac}{b}$ c) abc
d) 1 e) 2

25. Si : $10^a=27; 10^b=15$, hallar : Log2, en términos de "a" y "b".

a) $\frac{1}{3}(a+3b-3)$ b) $\frac{1}{3}(a-3b+3)$
c) $\frac{1}{3}(3b-a-3)$ d) $\frac{1}{3}(3b-a+3)$
e) $\frac{1}{3}(a+3b+3)$

26. Si : $a_k=\frac{k+1}{k}$.
Calcular : $\mathrm{Log}_b a_1+\mathrm{Log}_b a_2+...+\mathrm{Log}_b a_{99}$,
donde : $b=10^{\frac{4}{7}}$.

a) 3 b) 2 c) 3,5
d) 4 e) 2,5

27. Si : $\mathrm{Log}_a bc=x^n$; $\mathrm{Log}_b ac=y^n$,
$\mathrm{Log}_c ab=z^n$, para todo $n\,\varepsilon\,N$.

Calcular el valor de :

$$E=\frac{1}{n}\left[\sqrt[n]{\frac{1}{x^n+1}+\frac{1}{y^n+1}+\frac{1}{z^n+1}}\right]$$

a) 2n b) n c) n^2
d) $\frac{1}{n}$ e) $\frac{n}{2}$

28. Resolver :

$$\mathrm{Log}\sqrt[\mathrm{Log}\left(\frac{y}{x}\right)]{x^y.y^x}=z$$

Si : 3Logy = 6Logx = 2Logz, indicar : xyz.

a) 4 b) 16 c) 64
d) 1 e) 0

29. Resolver :

$$x^{\frac{\text{Log}_5(\text{Log}_4 x)}{\text{Log}_5 x}} = -\text{Colog}_2 3$$

a) 1 b) 243 c) 9
d) 27 e) 81

30. Si $\sqrt[x^x]{x} = 10$, calcular :

$$M = \text{Log}\sqrt[\text{Log}\,x]{\text{Log}\sqrt[\text{Log}\,x]{\text{Log}\sqrt[\text{Log}\,x]{\text{Log}\,x}}}$$

a) 4 b) 3 c) 2
d) 1 e) 0

31. Hallar el valor de "n", si :

$$\text{Log}_3 9 + \text{Log}_3 9^2 + \text{Log}_3 9^3 + ... + \text{Log}_3 9^n = \text{Log}_3 9^{28}$$

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

32. Resolver para "x" :

$$\text{Log}_{\sqrt[b]{2}} x^a + \text{Log}_8 x^{ab} = 4b$$

a) $\sqrt[b]{2}$ b) $\sqrt[ab]{2}$ c) $\sqrt[a]{8}$
d) $\sqrt[b]{8}$ e) $\sqrt[ab]{8}$

33. Si :

$$6^{\text{Log}_2 3} + 10^{\text{Log}x} = 3^{\text{Log}_2 6} + \text{Log}_{\sqrt{x}} x$$

El valor de "x" es :

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

34. Resolver :

$$\text{Log}_x(3x^{\text{Log}_5 x} + 4) = 2\text{Log}_5 x$$

Indicar : $x^{\text{Log}_5 x}$.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

35. Calcular $\sqrt[x]{x}$, si :

$$\text{Log}_7 5^{\text{Log}7^{\text{Log}_5 x}} = \text{Log}\,\text{Log}_5 x$$

a) 5 b) 7 c) $\sqrt[5]{7}$
d) $\sqrt{5}$ e) $\sqrt[5]{5}$

36. Hallar "x" :

$$\text{Log}\left(\frac{x}{10}\right) + \text{Log}\,2a = \text{Log}a^{\frac{1}{2}}$$

a) $\frac{2\sqrt{2}}{a}$ b) $\frac{3\sqrt{a}}{a}$ c) $\frac{\sqrt{a}}{a}$

d) $\sqrt{a}$ e) $\frac{5\sqrt{a}}{a}$

37. Dar la suma de soluciones de la ecuación logarítmica:

$$\text{Log Log}(x - 5) + \text{Log}2 = \text{Log Log}(x + 1)$$

a) 11 b) 12 c) 24
d) 8 e) 10

38. Indicar una solución de :

$$\frac{\text{Log}_2 x + \text{Log}_x 2}{\text{Log}_2 x + 3} = \frac{1}{2}$$

a) 1 b) 4 c) 8
d) 16 e) 1/2

39. Indicar el producto de todas las soluciones de :

$$\text{Log}\,(x^2 - 8).\text{Log}\,(2 - x) = \frac{\text{Ln}\,(x^2 - 8)}{\text{Ln}\,(2 - x)}$$

a) -76/5 b) -9 c) 72
d) 24 e) -171/10

40. Resolver : $x^{\text{Log}x} = 9$.
Indicar la mayor solución :

a) 1 b) 1000 c) 10^9
d) 100 e) $10^{\sqrt{\text{Log}9}}$

41. Resolver :

$$\text{Log}\,(1 - \sqrt{x^2 - 1}) \geq 0$$

a) $< -1; 1 >$
b) $< -\infty; -1] \cup [1; \infty >$
c) $< -\infty; -1 > \cup < 1; \infty >$
d) $[-1; 1]$
e) $\{-1; 1\}$

42. Resolver :

$$\text{Log}_3(\text{Log}_{\frac{1}{2}}(x - 2)) > 0$$

a) $< 2; 5 >$ b) $< 2; \frac{5}{2} >$ c) $< 1; 2 >$

d) $< 2; 4 >$ e) $< 1; \frac{5}{2} >$

43. Resolver :

$$3(9^x)-10(3^x)+3<0$$

a) $x\,\varepsilon[-1;1]$
b) $x\,\varepsilon<-1;1>$
c) $x\,\varepsilon R$
d) $x\,\varepsilon<0;1>$
e) ϕ

44. Resolver :

$$27^{x-1}-9^{x-1}\leq 3^{x+1}-3^x$$

a) $<-\infty;1]$
b) $[-2;1]$
c) $<-\infty;2]$
d) $[-1;1]$
e) $[-1;2]$

45. Resolver :

$$1\geq\sqrt{5}^{x^2-3}\geq 25^{x-2}$$

a) $[-\sqrt{3};2]$
b) $[-\sqrt{3};\sqrt{3}]$
c) $[\sqrt{3};2]$
d) $[-\sqrt{2};3]$
e) $[-2;2]$

46. Resolver :

$$\pi^{\sqrt{4x-x^2+5}-3}<(\sqrt{2})^{\sqrt{x^2-4x-5}+2}$$

a) $x\,\varepsilon[-1;5]$
b) $x\,\varepsilon R-<-1;5>$
c) $x\,\varepsilon R-[-1;5]$
d) $x\,\varepsilon\{-1;5\}$
e) $x\,\varepsilon R$

47. Si :
$a>1;\ 0<b<1$, resolver el sistema adjunto :
$a^x>a^{3x-8}$ ..... (1)
$b^{x^2}>b^{6x}$ ..... (2)

a) $x\,\varepsilon<-1;2>$
b) $x\,\varepsilon<0;4>$
c) $x\,\varepsilon<-2;3>$
d) $x\,\varepsilon<-1;1>$
e) $x\,\varepsilon<0;5>$

48. Resolver :

$$Log_x(x^2-x)\geq 1$$

a) $<1;\infty>$
b) $[1;\infty>$
c) $<1;2]$
d) $[2;\infty>$
e) $<0;2]$

49. Resolver :

$$Log_x\left(\frac{x^2-x-6}{x+4}\right)\leq 1$$

a) $<-1;4]$
b) $[5;\infty>$
c) $<-1;2]$
d) $<0;1>$
e) $<3;\infty>$

50. Resolver :

$$Log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{2x^2-4x-6}{4x-11}\right)\leq -1$$

a) $<-\infty;2]\cup<\frac{11}{4};4]$
b) $[2;\frac{11}{4}>\cup[4;\infty>$
c) $[2;4]-\{\frac{11}{4}\}$
d) $[-2;4]-\{\frac{11}{4}\}$
e) $[2;\infty>-\{\frac{11}{4}\}$

51. Si se define una función cuya regla de correspondencia es :

$$F(x)=Log\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$$

Hallar el equivalente de :

$$E=F(a)+F(b)$$

a) $F\left(\frac{a-b}{1+ab}\right)$
b) $F\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$
c) $F\left(\frac{a+b}{1+a^2}\right)$
d) $F\left(\frac{2ab}{a-b}\right)$
e) $F\left(\frac{a+b}{1-ab}\right)$

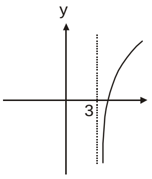
52. Obtener el dominio de la función definida por :

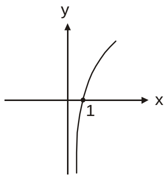
$$f(x)=Ln\left(Ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right)$$

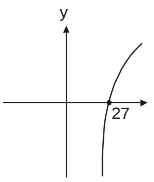
a) $<-e;1>$
b) $<-\infty;-1>$
c) $<1;+\infty>$
d) $<-1;1>$
e) $<\frac{1}{e};1>$

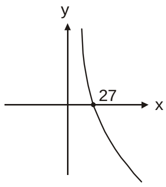
53. Indicar la gráfica de :

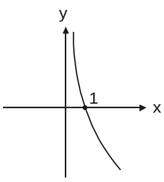
$$F(x) = 3 + \text{Log}_{\frac{1}{3}} x$$

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

54. Hallar el rango de la función definida por:

$$f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{4}} (x^2 + 16)$$

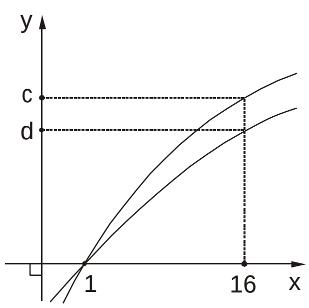
a) $< -\infty ; 4]$ b) $< -\infty ; -2]$
c) $[-2 ; +\infty >$ d) $[4 ; +\infty >$
e) $[2 ; +\infty >$

55. Si se grafica :

$F : R^+ \to R \,/\, y = F(x) = \text{Log}_4 x$

$H : R^+ \to R \,/\, y = H(x) = \text{Log}_{16} x$,

se obtiene :

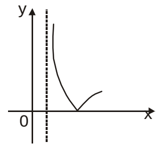


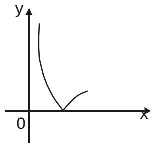
Calcular : $\frac{c}{d}$.

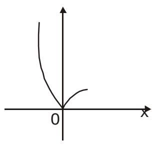
a) 1/3 b) 1/2 c) 1
d) 2 e) 3

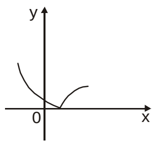
56. Hallar la gráfica de :

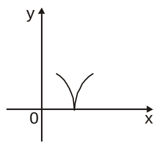
$$F(x) = |\, \text{Log}_{\frac{1}{2}} (x - 2) - 3 \,|$$

a) 

b) 

c) 

d) 

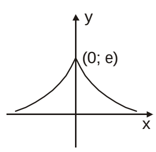
e) 

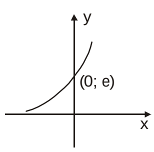
57. La gráfica de cierta función exponencial contiene al punto $P(\frac{3}{2}; 27)$.
Indicar la base y la regla de la función.

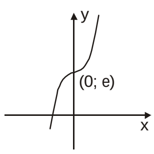
a) $b = 3;\ 3^{-x}$ b) $b = \frac{1}{3};\ (\frac{1}{3})^{2x}$
c) $b = 9;\ 9^{x}$ d) $b = \frac{1}{9};\ (\frac{1}{9})^{2x}$
e) $b = 3;\ 3^{\frac{1}{x}}$

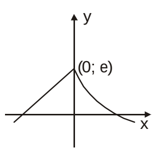
58. Obtener la gráfica de :

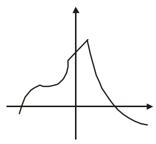
$$F(x) = e^{-x^2 + 1}$$

a) 

b) 

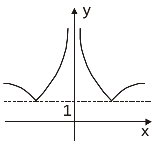
c) 

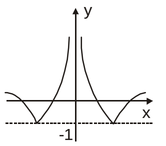
d) 

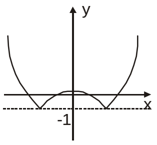
e) 

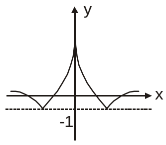
59. Hallar la gráfica de la función :

$$f(x) = |Ln|x||-1$$

a) 

b) 

c) 

d) 

e) N.A.

60. Hallar el campo de definición de :

$$H(x) = \sqrt[4]{Ln\sqrt{Ln[F[F[F(x+3]]]}}$$

siendo : F(x) = x - 1.

a) $x > 0$ b) $x \geq 1$ c) $x \geq e$

d) $x \geq e^e$ e) $x \varepsilon R^+$

61. Resolver :

$$(1,25)^{1-Log_2^2 x} < (0,64)^{2+Log_{\sqrt{2}} x}$$

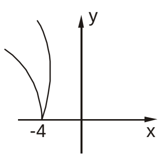
a) x > 5
b) 0 < x < 1
c) x > 3 $\vee$ 0 < z < 2
d) x > 32 $\vee$ 0 < z < 1/2
e) x > 5 $\vee$ 1 < x < 1/32

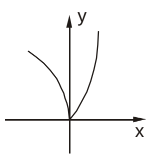
62. Si : A y B denotan respectivamente, los conjuntos solución de las desigualdades :

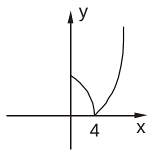
(I) $Ln(x^2-1) \leq Ln(1-x)$
(II) $x^2-1 \leq 1-x$

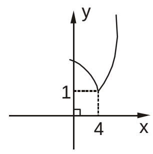
a) A = B b) $A \subset B$
c) $B \subset A$ d) $A \cap B = \phi$
e) $A \cap B \neq \phi$; $A \subset B$; $B \subset A$

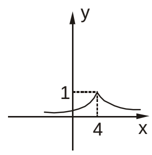
63. Si "f" es una función definida por :
$f(x) = |\,Log_5(5-x)\,| + 1$, entonces, la figura que mejor representa la gráfica de "f" es :

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

64. Resolver :

$$Log_3 x - Log_2 x > 1$$

a) $< 0; 2^{Log_3 2} >$ b) $< 0; 3^{Log_2 3} >$

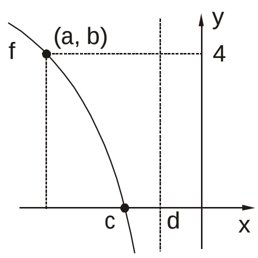
c) $< 0; 2^{Log_{(\frac{2}{3})} 3} >$ d) $< 0; 2^{Log_{(\frac{3}{2})} 3} >$

e) $< 0; 3^{Log_{(\frac{2}{3})} 3} >$

65. Resolver : $Ln(e^2 + e^{2-x} - 1) \geq x \wedge x \varepsilon Z^+$
indicando como respuesta el cardinal de su conjunto solución.

a) 2 b) 3 c) 5
d) 7 e) 10

66. En la figura adjunta, se muestra la gráfica de una función "f", definida por :
$f(x) = Log_2(-x-3)$, entonces, el valor de:
T = a + b + c + d, es :



a) -24 b) -22 c) -21
d) 21 e) 22

67. Resolver :

$$\begin{cases} x - Log6 \leq xLog5 - Log(1+2^x) \;...\; (1) \\ Log(\sqrt{x^2-4x-1}+3) > 0 \;\;...\; (2) \end{cases}$$

a) $< -\infty; 1]$ b) $< -\infty; 2-\sqrt{5}]$

c) $< 1; 2+\sqrt{5}]$ d) $[2+\sqrt{5}; \infty]$

e) $[2-\sqrt{5}; 1>$

68. Resolver :

$$Log_{0,\widehat{3}}\sqrt{x+1} < Log_{0,\widehat{3}}\sqrt{4-x^2}+1$$

e indicar cuántos valores de "x" la verifican.

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) Infinitos

69. Calcular el área de la superficie que describe el complejo "Z" que satisface :

$$Log_{\sqrt{3}}\left(\frac{|Z|^2-|Z|+1}{2+|Z|}\right) \leq 2$$

a) $25\pi\ u^2$ b) 5π c) $1,5\pi$
d) 10π e) 12π

70. Si : $|2a^2+4a-3|<3$, resolver :

$$Log_a\left(\sqrt{x-\sqrt{3x-3}}\right)<0$$

a) x > 3/2 b) x ≥ 3/2 c) x ≥ 1
d) x > 4 e) x < 4

Claves

01.	e
02.	c
03.	a
04.	d
05.	e
06.	c
07.	d
08.	a
09.	c
10.	e
11.	a
12.	c
13.	b
14.	a
15.	c
16.	c
17.	c
18.	c
19.	c
20.	b
21.	a
22.	b
23.	d
24.	a
25.	b

26.	c
27.	d
28.	c
29.	c
30.	e
31.	c
32.	c
33.	b
34.	d
35.	a
36.	e
37.	d
38.	b
39.	d
40.	e
41.	e
42.	b
43.	b
44.	c
45.	b
46.	d
47.	b
48.	d
49.	e
50.	b

51.	b
52.	b
53.	d
54.	b
55.	d
56.	a
57.	c
58.	a
59.	b
60.	c
61.	d
62.	b
63.	d
64.	c
65.	a
66.	b
67.	b
68.	c
69.	a
70.	d