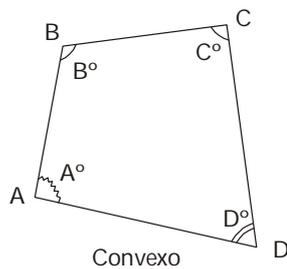


Capítulo 5

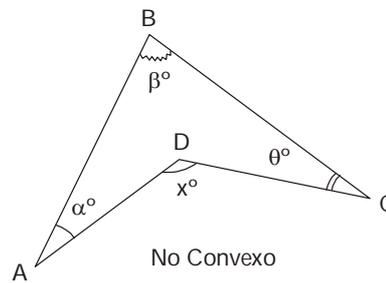
CUADRILÁTEROS

Definición :

Son aquellas figuras determinadas al trazar cuatro rectas secantes y coplanares, que se intersectan dos a dos. Los segmentos que se determinan son sus lados y los puntos de intersección son sus vértices.



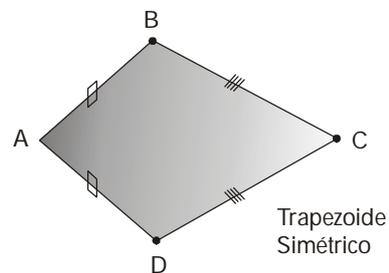
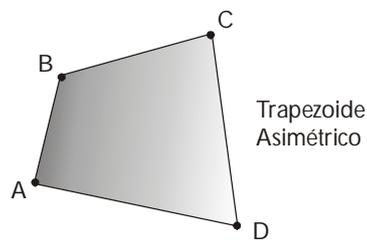
$$A^\circ + B^\circ + C^\circ + D^\circ = 360^\circ$$



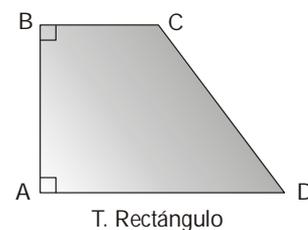
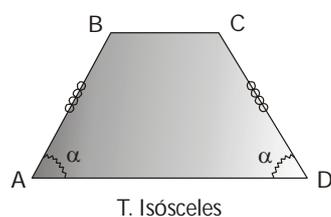
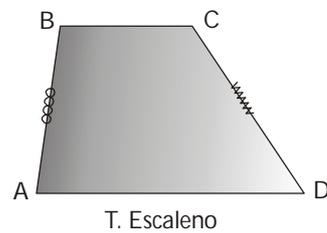
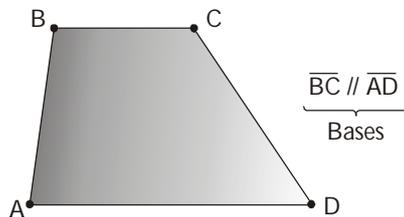
$$x^\circ = \alpha^\circ + \beta^\circ + \theta^\circ$$

Clasificación

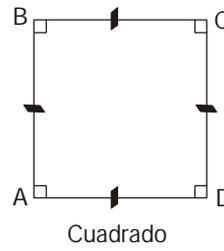
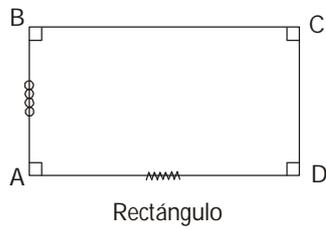
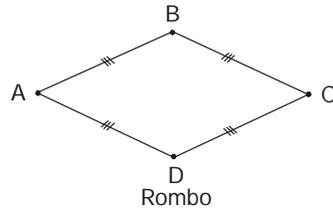
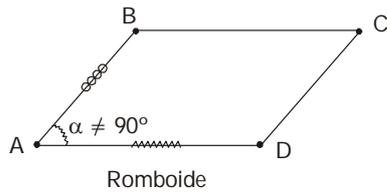
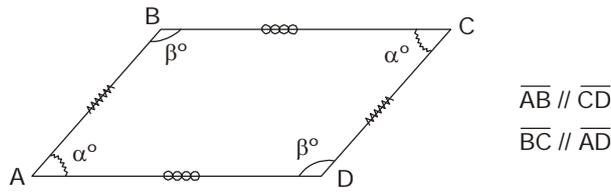
I. Trapezoides



II. Trapecios

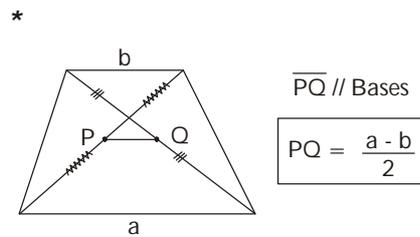
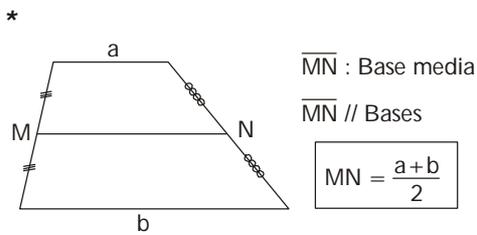


III. Paralelogramos

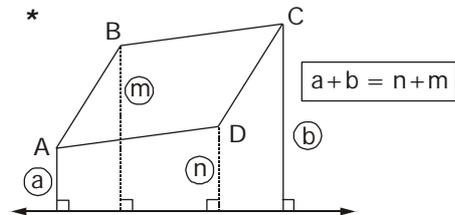
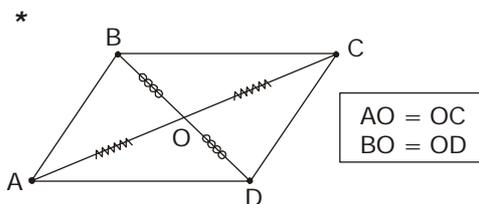


Propiedades Básicas

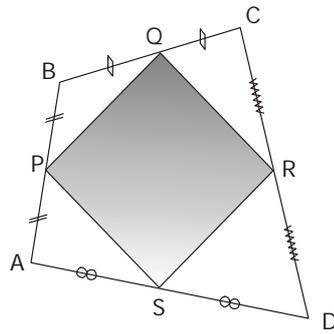
I. En el Trapecio



II. En el Paralelogramo



III. En todo Cuadrilátero

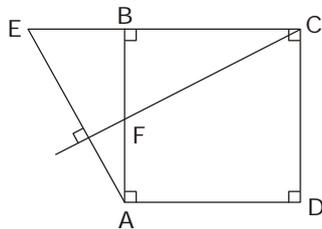


→ PQRS es un paralelogramo

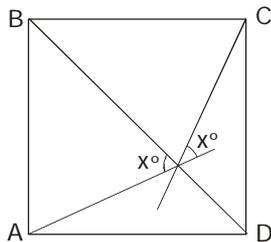
Test de aprendizaje preliminar

01. En la prolongación del lado \overline{AD} de un rectángulo ABCD, se ubica el punto E, tal que :
 $m\angle ADB = m\angle DCE$, $BD = 4$ u y $CE = 3$ u. Calcule AE.

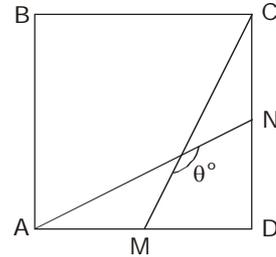
02. En el gráfico, calcule la $m\angle BEA$, si : ABCD es un cuadrado y $BF = 3(AF)$.



03. En el gráfico, calcule " x° ", si ABCD es un cuadrado.



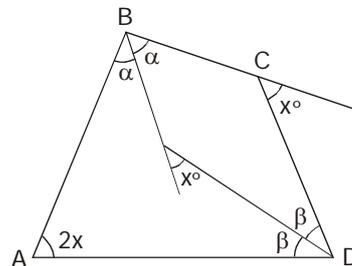
04. Calcule " θ° " en el gráfico, si : ABCD es un cuadrado y "M" y "N" son puntos medios.



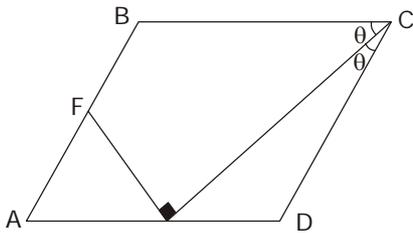
05. En un cuadrado ABCD, se prolonga \overline{AD} hasta "P". Luego se traza la perpendicular \overline{AQ} hacia \overline{PC} que corta a \overline{CD} en M. Calcule la $m\angle DPM$.

06. Las diagonales de un rombo miden 20 dm y 48 dm. Calcule el perímetro del rombo.

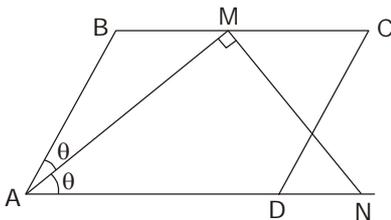
07. Del gráfico, calcule " x° ".



08. En el gráfico, si $\square ABCD$ es un romboide, calcule BF, sabiendo que $BC = 7u$ y $CD = 5u$.

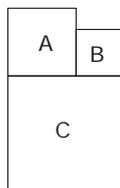


09. En el gráfico, si $\square ABCD$ es un romboide, $AD = 8u$; $AB = 5u$. Calcule DN.



10. En el gráfico, se muestran los cuadrados A, B y C. Calcule:

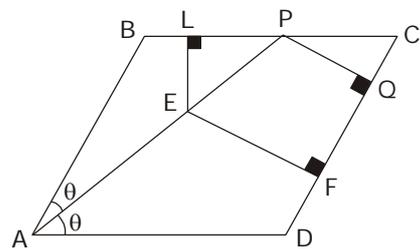
$$\frac{\text{Perímetro de A} + \text{Perímetro de B}}{\text{Perímetro de C}}$$



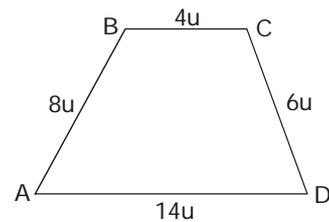
Practiquemos :

11. En los lados \overline{BC} y \overline{CD} del cuadrado ABCD, se ubican los puntos M y P, respectivamente, tal que $CP = PD$ y $m\angle APM = 90^\circ$. Calcule la $m\angle AMB$.

12. En el gráfico, si $\square ABCD$ es un paralelogramo, $PQ = 12u$, $EF = 17u$. Calcule : EL.



13. En el gráfico ABCD un trapecio ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$). Calcule la $m\angle ADC$.

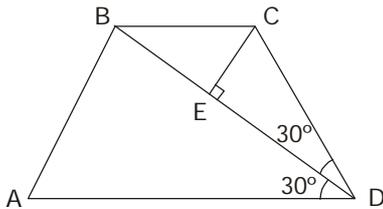


14. Las diagonales de un trapecio miden 12 cm y 18 cm. Calcule el máximo valor entero que puede tomar la longitud de la mediana de dicho trapecio.

15. En un trapecio rectángulo ABCD.
 $m\angle A = m\angle B = 90^\circ$, $m\angle D = 75^\circ$; $AD = 2(AB)$.
 Calcule la medida del ángulo BCA.

16. Los lados \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{CD} de un trapecio ABCD son de igual longitud. Si \overline{AD} es paralela a \overline{BC} y tiene el doble de la longitud de \overline{BC} , la diagonal \overline{AC} mide:

17. En el gráfico, si: $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ y ABCD, es un trapecio isósceles. Calcule: AD, EC = 5 m.



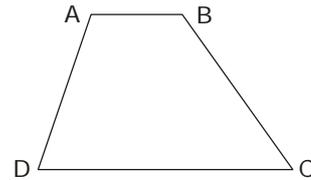
18. En un trapecio, la suma entre la mediana y el segmento que une los puntos medios de las diagonales es 32 cm. Calcule la longitud de la base mayor.

19. Las diagonales de un trapecio son perpendiculares y miden 6u y 8u. Calcule la longitud de la mediana.

20. La suma de las longitudes de las diagonales de un trapecioide es 20. Calcule el perímetro del cuadrilátero que resulta al unir consecutivamente los puntos medios de los lados del trapecioide.

Problemas propuestos

21. En el gráfico se muestra un trapecio ABCD, de bases \overline{AB} y \overline{CD} , se trazan las bisectrices de los ángulos A y D que se cortan en R, y las bisectrices de los ángulos B y C que se cortan en S.
 Calcule RS, si: $AB = 4$ u, $CD = 12$ u, $AD = 7$ u y $BC = 9$ u.

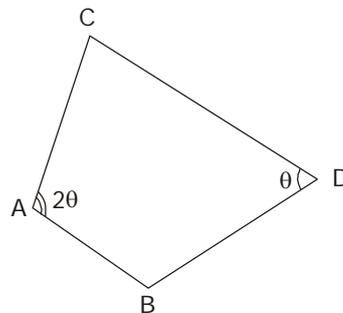


- a) 0 b) 8 u c) 19/2 u
 d) 13/2 u e) 3/2 u

22. En un cuadrilátero convexo ABCD, el ángulo $m\angle A = 9^\circ$ y $m\angle B = 4^\circ$. Calcule la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos C y D.

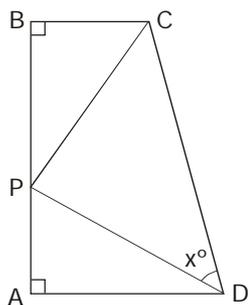
- a) $6^\circ 30'$ b) $7^\circ 20'$ c) $7^\circ 55'$
 d) $9^\circ 00'$ e) $12^\circ 00'$

23. En el gráfico, los lados \overline{AB} y \overline{CD} son paralelos. Si: $AB = 5$ u y $AC = 12$ u, calcule: CD.



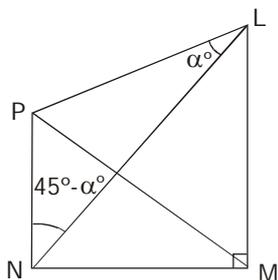
- a) 15 u b) 16 u c) 18 u
 d) 17 u e) 10 u

24. En el gráfico : $BC = PA$ y $AD = BP$. Calcule " x° ".



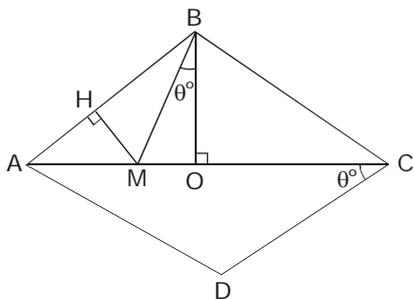
- a) 53°
- b) 30°
- c) 60°
- d) 45°
- e) 37°

25. En el gráfico, calcule " α° ". Si : $PL = LM = NM$.



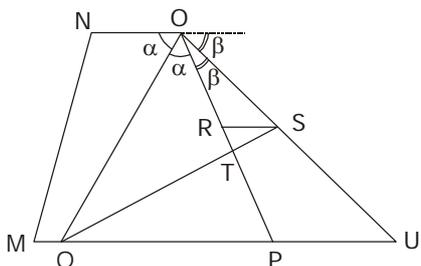
- a) 20°
- b) 10°
- c) 12°
- d) 30°
- e) 15°

26. En el gráfico, calcule " θ° ", si ABCD es un rombo. $MH = 1$ u, y D dista de \overline{BC} 3 u.



- a) $26^\circ 30'$
- b) 15°
- c) 18°
- d) 30°
- e) 10°

27. En gráfico mostrado, MNOP es un trapecio, si : S punto medio de \overline{OU} y $\overline{RS} \parallel \overline{QU}$. Siendo : $QU = 12$ m, calcule TR.

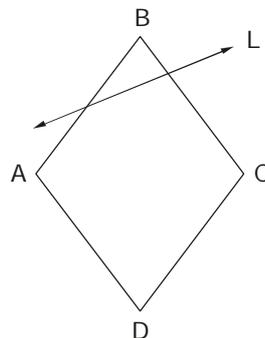


- a) 1 m
- b) 1,5 m
- c) 2 m
- d) 3 m
- e) 4 m

28. En un trapecio ABCD, la base menor \overline{AB} es igual a la altura \overline{AH} ; si :
 $m \angle A = 135^\circ$ y el $\angle B = 150^\circ$. Calcule el perímetro del trapecio, si : $AB = AH = 20$ cm.

- a) 195,920 cm
- b) 200 cm
- c) 182,920 cm
- d) 162,920 cm
- e) 170,500 cm

29. En el gráfico, se muestra un romboide ABCD. Si las distancias de B, A y D a la recta son 2,4m; 3,6m; 7,9m, respectivamente, calcule la distancia de C a la recta L.



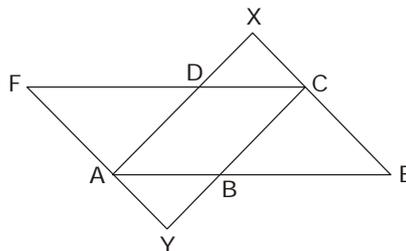
- a) 1 m
- b) 1,5 m
- c) 1,9 m
- d) 2 m
- e) 2,5 m

30. Dado un cuadrado, al unir los puntos medios de sus lados se obtiene otro cuadrado. Si se efectúa este procedimiento cuatro veces más se tendrá un cuadrado. Calcule la razón entre las longitudes de los lados del cuadrado inicial y el último que se obtuvo.

- a) $\sqrt{2}$
- b) $4\sqrt{2}$
- c) $2\sqrt{2}$
- d) $5\sqrt{2}$
- e) $3\sqrt{2}$

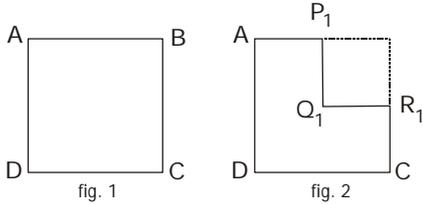
31. En el gráfico ABCD, es un paralelogramo y $DX = BY$. Si el perímetro del triángulo BCE es : $a + 2b$, el perímetro del triángulo CDX es : $b - 2a$, y el perímetro del triángulo CFY es p.

Calcule : $p^2 + 6ab$.



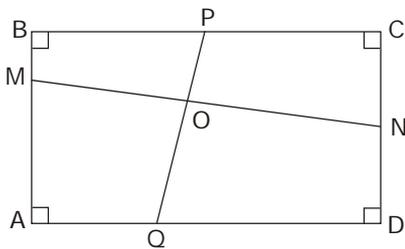
- a) $a^2 + b^2$
- b) $3a^2 + 2b^2$
- c) $2a^2 + 3b^2$
- d) $a^2 + 9b^2$
- e) $9a^2 + b^2$

32. El gráfico 1 es un cuadrado de lado 4m, tomando los puntos medios de los lados AB y BC se construye el gráfico 2. En el segundo paso, tomando los puntos medios de los segmentos $\overline{AP_1}$, $\overline{P_1Q_1}$, $\overline{Q_1R_1}$ y $\overline{R_1C}$ se construye el gráfico 3. Si se efectúa este procedimiento 10 veces, calcule la longitud de la "escalera" que se obtiene.



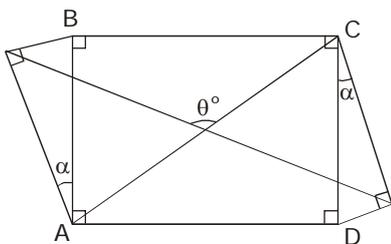
- a) $4\sqrt{2}$ m b) $10\sqrt{2}$ m c) $40\sqrt{2}$ m
 d) $4\sqrt{10}$ m e) 8 m

33. En el gráfico mostrado, se tiene un rectángulo ABCD, en el cual : $AD = 2(CD)$, y donde : $m \sphericalangle OMA = m \sphericalangle BPO$. Si : \overline{MN} y \overline{PQ} se intersectan en O, de modo que : $PO = 2$ cm, $QO = 4$ cm y $MO = 5$ cm, calcule NO.



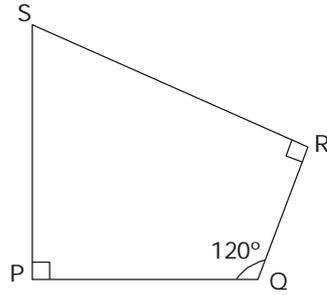
- a) 8 cm b) 10 cm c) 7 cm
 d) 9 cm e) 6 cm

34. En el gráfico : ABCD es un cuadrado, y $\alpha = 20^\circ$. Calcule : " θ° ".



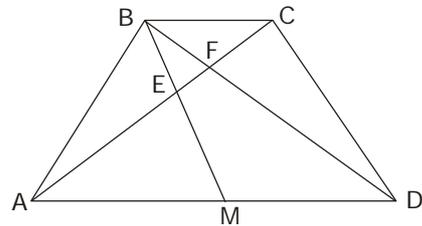
- a) 120° b) 105° c) 115°
 d) 100° e) 110°

35. En el gráfico, $PQ = 12\sqrt{3}$ u y $QR = 8\sqrt{3}$ u, calcule : $PS + RS$.



- a) 60 u b) 63 u c) 64 u
 d) 65 u e) 66 u

36. En el gráfico, ABCD es un trapecio $\overline{BM} \parallel \overline{CD}$; $AF = 18$ cm y $FC = 12$ cm. Calcule EF.



- a) 6 cm b) 4 cm c) 10 cm
 d) 8 cm e) 5 cm

37. En un trapecio ABCD, la base mayor es \overline{AD} . Al trazarse las bisectrices del ángulo B y el ángulo exterior C, intersectan a la base \overline{AD} y a su prolongación en P y Q respectivamente. Si : $AB + BC = 24$ m y $CD + AD = 30$ m, calcule la longitud del segmento que une los puntos medios de \overline{PC} y \overline{BQ} .

- a) 1 m b) 2 m c) 3 m
 d) 4 m e) 5 m

38. Se tiene un paralelogramo ABCD. Se construyen exteriormente los triángulos equiláteros ABM y BCN. Por M se traza la perpendicular MH a \overline{ND} , calcule la medida del ángulo HMB, si el ángulo NDC mide 46° .

- a) 16° b) 14° c) 18°
 d) 11° e) 20°

39. En un trapecio ABCD ($\overline{AB} \parallel \overline{CD}$). Si : $AB = 8$ m; $BC = 6$ m; $AD = 10$ m y $CD = 18$ m; las bisectrices de los ángulos A y D se intersectan en el punto M y las bisectrices de los ángulos B y C se intersectan en el punto N. Calcule MN.

- a) 4 m b) 5 m c) 6 m
 d) 4,5 m e) 5,5 m

40. De las siguientes proposiciones, las verdaderas (V) o falsas (F) son :

- I. Si el trapecio tiene sus diagonales congruentes; entonces, es necesariamente inscribible a una circunferencia.
- II. En un trapecio escaleno, una diagonal puede ser también altura.
- III. Si un polígono equiángulo está escrito en una circunferencia es necesariamente un polígono regular.

- a) VVF b) FVF c) VFV
 d) FFF e) VVV

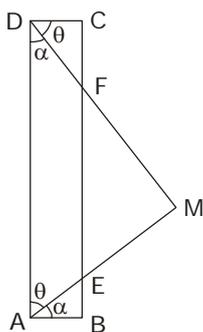
41. En un romboide ABCD, con $AB < BC$, se trazan las bisectrices interiores de sus cuatro ángulos. Dichas bisectrices al intersectarse, forman un :

- a) Rombo.
- b) Cuadrado.
- c) Rectángulo.
- d) Trapecio.
- e) Otros cuadriláteros.

42. En un rombo ABCD, M es punto medio de \overline{CD} y la diagonal \overline{BD} corta a \overline{AM} en punto R. Si : $RM = 5u$ y $m\angle DRM = 53^\circ$, calcule BD.

- a) 18 u b) 35 u c) 30 u
 d) 36 u e) 40 u

43. En el rectángulo ABCD de la figura, la longitud de los segmentos \overline{AB} y \overline{FC} son respectivamente 2 m y 4 m. Si los segmentos \overline{AE} y \overline{EM} son iguales, calcule el perímetro del rectángulo.



- a) 48 b) 30 c) 36
 d) 24 e) 28

44. En un trapecio rectángulo ABCD, recto en A y D; la base menor \overline{AB} mide 4 y la mediana \overline{ME} del trapecio mide 6 (M en \overline{AD}) se ubica sobre \overline{AD} el punto P, tal que :

$PB = PC$ y $m\angle BPC = 90^\circ$. Calcule MP.

- a) 1 b) 1,5 c) 2
 d) 2,5 e) 3

45. En un cuadrado ABCD, sobre la recta AD, se ubican los puntos P y Q, tal que : P, A, D y Q están en ese orden. Calcule la medida del ángulo formado entre \overline{PC} y \overline{BQ} , siendo el punto medio de \overline{AD} punto medio de \overline{PQ} y $m\angle PCQ = 90^\circ$.

- a) 75° b) 60° c) $63,5^\circ$
 d) $52,5^\circ$ e) $67,5^\circ$

46. En un cuadrilátero ABCD :

$m\angle B = m\angle D = 90^\circ$, $m\angle BCD = 45^\circ$, luego se trazan $\overline{AP} \perp \overline{BD}$, $\overline{CQ} \perp \overline{BD}$. Calcule BD, si : $AP = 4$ m, $CQ = 20$ m.

- a) 16 m b) 24 m c) 30 m
 d) 40 m e) 50 m

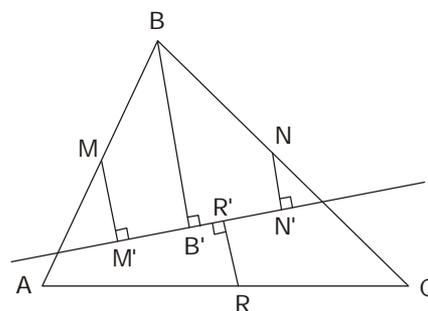
47. Es un cuadrado ABCD, por D se traza una recta que interseca en N a \overline{AB} . Si la proyección ortogonal de A y C sobre dicha recta son los puntos P y Q respectivamente, calcule la razón entre PQ y la distancia del centro del cuadrado a dicha recta.

- a) 1 b) $1/2$ c) 3
 d) 2 e) $\sqrt{2}$

48. En un trapecio isósceles ABCD ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ y $BC < AD$); se construyen exteriormente los triángulos equiláteros CED y ADF; además: \overline{AE} y \overline{BF} se intersectan en O. Calcule BO, si: $AO = 3u$; $OE = 4u$ y $OF = 5u$.

- a) 1 u b) 2,5 u c) 2 u
 d) 3,5 u e) 4 u

49. En el gráfico, los puntos M, N y R son puntos medios de los lados AB, BC y CA. Si : $MM' + RR' + NN' = 25$ u, calcule : BB' .



- a) 20 u b) 22 u c) 23 u
 d) 24 u e) 25 u

50. En un paralelogramo ABCD, se tiene que $(AB < BC)$ y $BD = 6u$. Se construye exteriormente al triángulo equilátero AMD; en cuyo interior se ubica el punto F, tal que el triángulo AFB es equilátero. Calcule la longitud del segmento que une los puntos medios de \overline{FB} y \overline{MD} .

- a) $\sqrt{3} u$ b) $3\sqrt{3} u$ c) $3 u$
 d) $\sqrt{6} u$ e) $2\sqrt{6} u$

51. Dado un cuadrado ABCD; se ubica M punto medio de \overline{CD} y se traza $\overline{CN} \perp \overline{BM}$ ($N \in \overline{AD}$). Calcule: BN/QM ; si: Q es la intersección de \overline{NC} con \overline{BM} .

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 5 e) 4

52. En un trapecio MNOP ($\overline{MN} \parallel \overline{OP}$); $NO = 4u$, $OP = 6u$, $m \sphericalangle M = 30^\circ$ y $m \sphericalangle O = 120^\circ$. Calcule MN.

- a) 10 u b) 12 u c) 14 u
 d) 7 u e) 9 u

53. En un trapezoide MNOP: $m \sphericalangle M = m \sphericalangle O = 90^\circ$. Se trazan \overline{NR} y \overline{PL} perpendiculares a \overline{MO} . Si $PL - NR = 3(MO)$. Calcule la $m \sphericalangle MPO$.

- a) 10° b) 12° c) $18,5^\circ$
 d) $22,5^\circ$ e) 30°

54. En el lado \overline{CD} de un cuadrado ABCD, se ubica el punto P, tal que: $m \sphericalangle BAP = 75^\circ$. Calcule la $m \sphericalangle BQC$, siendo Q punto medio de \overline{AP} .

- a) 53° b) 45° c) 75°
 d) 60° e) 90°

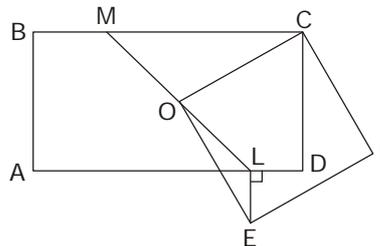
55. En un trapecio ABCD ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$); se sabe que: $AD - BC = 2(AB)$ y $m \sphericalangle ABC = 4m \sphericalangle ADC$. Calcule la $m \sphericalangle BCD$.

- a) 160° b) 127° c) 143°
 d) 150° e) 135°

56. En un paralelogramo ABCD, se ubica el punto "F" en \overline{AD} , de modo que: $m \sphericalangle ABF = m \sphericalangle BCF$; $FC = 2DC$. Calcule la longitud del segmento que tiene por extremos los puntos medios de \overline{BF} y \overline{FC} , si: $BF = 12u$.

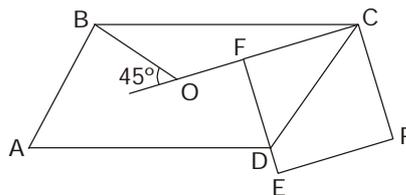
- a) 4 u b) 8 u c) 9 u
 d) 12 u e) 6 u

57. En el gráfico, ABCD es un rectángulo. (O : intersección de las diagonales). OCFE : es un cuadrado. Si: $MB = a$. Calcule EL.



- a) a b) $\frac{a}{2}$ c) $\frac{3a}{2}$
 d) $\frac{2a}{3}$ e) $\frac{4a}{3}$

58. En el gráfico, ABCD y EFCR son un paralelogramo y un cuadrado, $BO = \sqrt{2} u$, $DE = 1u$. (O : intersección de las diagonales del paralelogramo). Calcule la $m \sphericalangle FCD$.

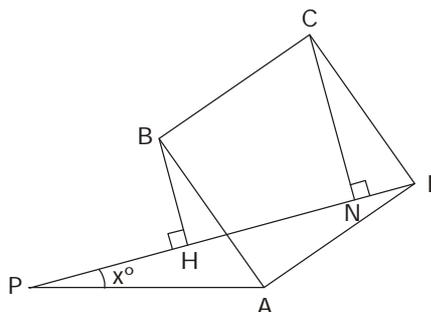


- a) $53^\circ/2$ b) 60° c) 37°
 d) 30° e) $37^\circ/2$

59. Se tiene un paralelogramo ABCD, por C se traza la perpendicular a \overline{CD} , la cual interseca en E a la prolongación de \overline{AD} . Si: $AD = 8 u$ y $m \sphericalangle CBD = 2(m \sphericalangle CED)$, calcule ED.

- a) 16 u b) 8 u c) $2\sqrt{2} u$
 d) $4\sqrt{2} u$ e) 32 u

60. Del gráfico mostrado, ABCD es un cuadrado. Si: $BH = 2 u$, $ND = 3 u$ y $NP = 11u$. Calcule "x".



- a) 16° b) 30° c) $37^\circ/2$
 d) $26^\circ 30'$ e) 15°

Claves

21.	<i>c</i>
22.	<i>a</i>
23.	<i>d</i>
24.	<i>d</i>
25.	<i>c</i>
26.	<i>d</i>
27.	<i>a</i>
28.	<i>d</i>
29.	<i>c</i>
30.	<i>b</i>
31.	<i>d</i>
32.	<i>e</i>
33.	<i>c</i>
34.	<i>e</i>
35.	<i>a</i>
36.	<i>d</i>
37.	<i>c</i>
38.	<i>a</i>
39.	<i>b</i>
40.	<i>c</i>

41.	<i>c</i>
42.	<i>d</i>
43.	<i>d</i>
44.	<i>c</i>
45.	<i>c</i>
46.	<i>a</i>
47.	<i>d</i>
48.	<i>c</i>
49.	<i>e</i>
50.	<i>b</i>
51.	<i>d</i>
52.	<i>c</i>
53.	<i>c</i>
54.	<i>d</i>
55.	<i>d</i>
56.	<i>d</i>
57.	<i>a</i>
58.	<i>a</i>
59.	<i>a</i>
60.	<i>c</i>

