

Capítulo

11

ESTADÍSTICA



Nilómetro

Los antecedentes de la Estadística son tan remotos como la propia sociedad humana. La Estadística Descriptiva tiene su origen mil o dos miles años antes de Cristo, remontándose a las primeras civilizaciones en Egipto, China y Mesopotamia, donde se hacían censos para la administración de los imperios. Al parecer, los datos más antiguos corresponden a los censos chinos ordenados por el emperador Yao (hacia el año 2238 a.c.), así como otros censos de población y riqueza encontrados en Egipto y relacionados con la construcción de las pirámides. También en Egipto, Ramsés II elaboró un censo de tierras para establecer una nueva política de reparto de las mismas. Los egipcios tuvieron el barómetro económico más antiguo: un instrumento llamado «Nilómetro», que medía el caudal del Nilo y servía a definir un índice de fertilidad, a partir del cual se fijaba el monto de los impuestos. Posteriormente, hacia el año 555 a.c., podemos citar los censos

del Imperio Romano, destinados a la organización política y guerrera.

En la Edad Media, se produce un considerable estancamiento de la Estadística y hay que esperar al nacimiento de las escuelas mercantilistas de los siglos XVI, XVII y XVIII. En 1660, apareció la llamada "Aritmética Política", destinada a la descripción de sucesos propiamente políticos. Esta ciencia, que nació en la universidad alemana de Haultstadt y pronto se extendió por distintas universidades alemanas y suizas, fue ya denominada Estadística por el alemán Schmeitzel. En principio, esta ciencia tenía por objeto la mera descripción numérica de las cuestiones políticas del Estado, faltándole aún la búsqueda de leyes generales. La gran transformación de la Estadística surge de su vinculación al Análisis Matemático a través del Cálculo de Probabilidades, cuyos orígenes se sitúan hacia mediados del siglo XVII y cuyos principales impulsores fueron los matemáticos franceses Blaise Pascal (1623-1662) y Pierre de Fermat (1601-1665), junto con el holandés Christian Huygens (1629-1695). Es entonces cuando aparecen las primeras aportaciones significativas al Cálculo de Probabilidades como disciplina puramente matemática.

A partir de esta fecha, esta ciencia fue constituyéndose como tal y vinculándose fuertemente a la teoría de funciones durante los siglos XVIII, XIX y principios del XX, gracias a los logros de figuras notables entre las que cabe destacar a Bernoulli, Leibnitz, Bayes, Laplace, Chebychev, Kolmogorov o Markov.

INTRODUCCIÓN

El estudio de la Estadística es de carácter indispensable para cualquier profesional debido a que es una herramienta que le será de gran utilidad para la toma de decisiones sobre asuntos diversos, tiene aplicación en todos los campos del saber y profesiones.

Es muy difícil establecer una cronología exacta de los orígenes de la estadística. Parece ser que los datos más antiguos que se conocen son los censos chinos ordenados por el emperador Tao antes del año 2200 a.C.

A lo largo de la Edad Media y hasta principios del siglo XVII, la Estadística era puramente descriptiva, Bernouilli (1654 - 1705) y sobre todo Laplace (1749 - 1827) desarrollaron conceptos matemáticos fundamentales para la teoría estadística. El primero formuló la famosa ley de los grandes números y el segundo puso en evidencia las ventajas que podría aportar el cálculo de probabilidades en el estudio de los fenómenos naturales de causas complejas.

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Es una rama de la Matemática aplicada que nos proporciona los métodos para realizar un estudio de un grupo de datos en cuanto a su recopilación, clasificación, presentación y descripción para poder tomar decisiones o hacer conclusiones.

ETAPAS :



CONCEPTOS PREVIOS :

Población : Es el conjunto universal o referencial para realizar el estudio estadístico, cuyos elementos poseen la característica que se va a estudiar.

Muestra : Es un subconjunto de la población, los muestreos se realizan cuando es difícil o complicado estudiar toda la población, también se realiza con la finalidad de obtener resultados en menor tiempo y a menor costo, para ello es indispensable elegir una muestra adecuada, que represente a la población, de acuerdo a la característica que se estudia.

Ejemplo :

Conjunto de alumnos del colegio TRILCE → Población
 Conjunto de alumnos de 5to de secundaria → Muestra

Ejercicio :

Cite algunos ejemplos en los cuales sea conveniente tomar una muestra en vez de toda población debido a la dificultad que presenta su estudio.

POBLACIÓN



TIPOS DE VARIABLES

Variable Cualitativa : Son aquellas que indican una cualidad :

Ejemplos :

La variable cualitativa **sexo** puede ser solamente **masculino** o **femenino**.

La variable cualitativa **turno** puede ser **mañana**, **tarde** o **noche**.

Son también variables cualitativas : la profesión de tus padres, el color de tus ojos, la universidad en la que piensas estudiar, etc.

Observación : A este tipo de variables, se les puede asignar valores numéricos de acuerdo a la manera de utilizar los datos.

Por ejemplo, si estamos evaluando personal para trabajar en una mina a la variable sexo se le puede asignar 0 si es femenino y 1 si es masculino, indicando que se prefiere personal masculino para dicho trabajo.

Variable Cuantitativa : Son aquellas que pueden tomar valores numéricos :

Por ejemplo :

Edad, número de hijos, tiempo de servicio, el coeficiente intelectual, notas, vida media, carga electrónica, hematocrito, etc.

* **Variable Cuantitativa Discreta** : Toma valores que están en correspondencia biunívoca con los números naturales.

Ejemplo :

La cantidad de hijos, cantidad de ingresantes a la UNI, el número de empleados de una fábrica, la cantidad de glóbulos rojos en una gota de sangre, etc.

* **Variable Cuantitativa Continua** : Toma todos los valores en algún intervalo.

Ejemplo :

Temperatura de un gas, longitud de una pared, estatura de un estudiante, etc.

ETAPAS DEL ESTUDIO ESTADÍSTICO :

I. RECOPIACIÓN : Esto se realiza mediante encuestas y cuestionarios. Cuando se estudia toda la población, se denomina censo y cuando se realiza sobre un subconjunto de la misma, se denomina muestreo.

II. CLASIFICACIÓN : Cuando la cantidad de datos es grande, conviene clasificarlos y para simplificar su estudio. Esta clasificación debe realizarse teniendo en cuenta la finalidad del estudio y en muchos casos dependerá del criterio del profesional que hace dicho análisis.

A continuación, se presentan las edades de un grupo de 20 personas.

2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 12 ; 14 ; 16 ; 16 ; 16 ; 18 ; 21 ; 22 ; 23 ; 24 ; 25 ; 27 ; 29 ; 32

Tamaño de la muestra (n) : Es la cantidad total de datos.

$$n = 20$$

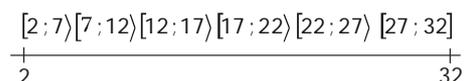
Alcance (A) : Intervalo cerrado cuyos límites son el menor y mayor de los datos.

$$A = [2 ; 32]$$

Rango o recorrido (R) : Es la longitud del alcance, se calcula restando el menor dato del mayor dato.

$$R = 32 - 2 = 30$$

Intervalo de clase (I_i) : Es un intervalo que se obtiene al dividir el alcance, para formar grupos de menor tamaño. Por ejemplo, dividamos el alcance en 6 intervalos de clase del mismo tamaño.



Número de intervalos de clase (K) : Es la cantidad de intervalos de clase en que se divide el alcance, esto depende de la aplicación que tiene el estudio de los datos.

Por ejemplo, si se desea conocer la cantidad de alumnos aprobados y desaprobados en el colegio TRILCE bastará formar dos intervalos de clase.

Observación : Existen algunas reglas que se pueden tomar como referencia para determinar el número de intervalos de clase.

Regla de Sturges : $K = 1 + 3,3 \text{ Log}(n)$

Regla de Joule : $K = \sqrt{n}$

Ejemplo : Para $n = 30$

Aplicamos la regla de Sturges :

$$K = 1 + 3,3 \text{ Log}(30) = 5,87$$

Que se puede aproximar : $K \cong 6$

EJERCICIO : Discuta en clase las ventajas y desventajas de agrupar los datos en intervalos de clase.

Ancho de clase (w_i) : Es la longitud del intervalo de clase. Si todos los anchos de clase son iguales, se dice que el ancho de clase es constante y se puede calcular de la siguiente manera :

$$w = \frac{R}{K}$$

Tabla de distribución de frecuencias

| I _i | f _i |
|----------------|----------------|
| [2 - 7 > | 4 |
| [7 - 12 > | 1 |
| [12 - 17 > | 6 |
| [17 - 22 > | 2 |
| [22 - 27 > | 4 |
| [27 - 32 > | 3 |

III. PRESENTACIÓN : Se pueden presentar los datos en tablas de frecuencias o en gráficos.

Presentación Tabular :

Marca de clase (x_i) : Es un valor que representa a los datos del intervalo de clase, se calcula como la semisuma de los límites inferior y superior del intervalo de clase y está ubicado en el punto medio del mismo.

$$x_i = \frac{L_{\text{inf}} + L_{\text{sup}}}{2}$$

Frecuencia absoluta simple (f_i) : Es la cantidad de datos u observaciones en el i - ésimo intervalo de clase.

Se cumple que :

$$\sum_{i=1}^k f_i = n$$

Frecuencia absoluta acumulada (F_i) : Es la suma de todas las frecuencias absolutas simples desde el primer intervalo hasta el i - ésimo intervalo.

Se cumple :

$$F_k = n$$

$$F_i = \sum_{j=1}^i f_j$$

Frecuencia relativa simple (h_i): Indica qué parte del total de datos se encuentran en el i -ésimo intervalo. Se calcula como el cociente de la frecuencia absoluta y el total de datos. Para obtener el tanto por ciento basta multiplicar esta valor por 100.

Se cumple que :

$$h_i = \frac{f_i}{n} \quad \sum_{i=1}^k h_i = 1$$

Frecuencia relativa acumulada (H_i): Indica qué parte del total de datos se encuentran desde el primer intervalo de clase hasta el i -ésimo intervalo. Se calcula como el cociente de la frecuencia absoluta acumulada y el número total de datos. Para obtener el tanto por ciento basta multiplicar esta valor por 100.

Se cumple que :

$$H_i = \frac{F_i}{n} \quad H_i = \sum_{j=1}^i h_j \quad H_k = 1$$

Ejemplo : La tabla con los datos del ejemplo anterior, es :

| Intervalo | x_i | f_i | F_i | h_i | H_i |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $[2 ; 7 >$ | 4,5 | 4 | 4 | 0,20 | 0,20 |
| $[7 ; 12 >$ | 9,5 | 1 | 5 | 0,05 | 0,25 |
| $[12 ; 17 >$ | 14,5 | 6 | 11 | 0,30 | 0,55 |
| $[17 ; 22 >$ | 19,5 | 2 | 13 | 0,10 | 0,65 |
| $[22 ; 27 >$ | 24,5 | 4 | 17 | 0,20 | 0,85 |
| $[27 ; 32 >$ | 9,5 | 3 | 20 | 0,15 | 1,00 |

Presentación Gráfica

Los gráficos son muy utilizados por los periodistas para presentar datos en la televisión y periódicos, son de utilidad para los médicos, ingenieros, administradores, economistas, psicólogos, profesores, etc. ya que permite observar el comportamiento de una muestra con respecto a alguna característica, de un solo vistazo.

Algunos de los gráficos más usados son : Diagrama de barras, histogramas, pirámides de población, polígonos de frecuencias, diagrama de sectores, pictogramas.

Diagrama de barras

En este tipo de gráfica, sobre los valores de las variables se levantan barras estrechas de longitudes proporcionales a las frecuencias correspondientes. Se utilizan para representar variables cuantitativas discretas.

Por ejemplo : El siguiente diagrama de barras gráfica la cantidad de problemas propuestos para este capítulo por los profesores de Aritmética.

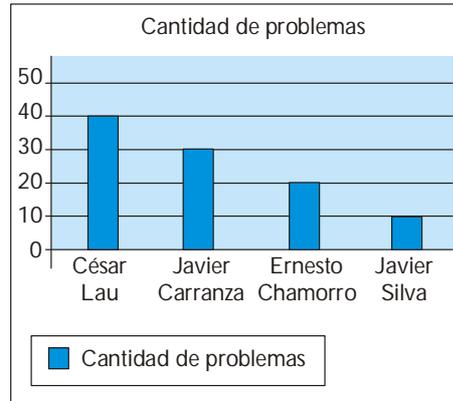
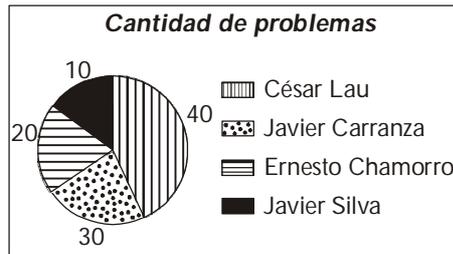
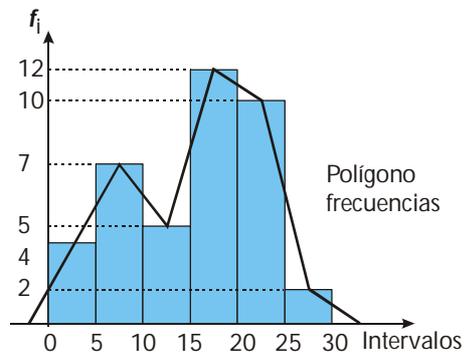


Diagrama de sectores : En un diagrama de este tipo, los 360° de un círculo se reparten proporcionalmente a las frecuencias de los distintos valores de la variable. Resultan muy adecuados cuando hay pocos valores, o bien cuando el carácter que se estudia es cualitativo.



Histogramas : Los histogramas se utilizan para representar tablas de frecuencias con datos agrupados en intervalos. Si los intervalos son todos iguales, cada uno de ellos es la base de un rectángulo cuya altura es proporcional a la frecuencia correspondiente.

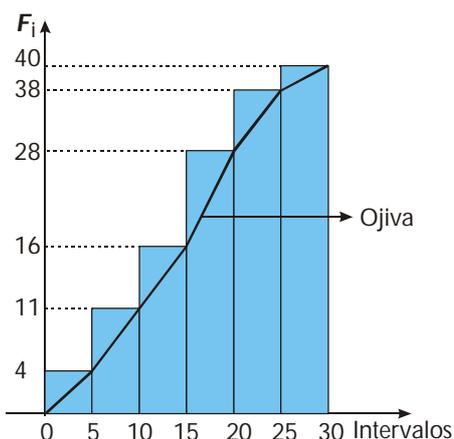
Polígono de frecuencias : Si se unen los puntos medios de la base superior de los rectángulos, se obtiene el polígono de frecuencias.



Observación : El área de la superficie limitada por el polígono de frecuencias y el eje horizontal es igual a la suma de las áreas de los rectángulos que forman el histograma.

Diagrama Escalonado : (Histograma de frecuencias acumuladas) Si se representan las frecuencias acumuladas de una tabla de datos agrupados, se obtiene el histograma de frecuencias acumuladas.

Ojiva : Se obtiene al unir los extremos superiores de las barras de un histograma de frecuencias absolutas acumuladas.



IV. DESCRIPCIÓN : La descripción de los datos se realizará mediante las medidas de tendencia central.

Media :

Para datos no agrupados : Es la media aritmética de los datos.

Para datos agrupados :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i h_i}{n}$$

Mediana :

Para datos no agrupados : La mediana es aquél dato que ocupa la posición central, cuando los datos están ordenados y si la cantidad de datos es par la mediana es el promedio de los dos datos centrales.

Ejemplos :

La mediana de los datos : 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 5 ; 6 ; 8 ; 9 ; 20 ; 24 ; 25 es 6

La mediana para los datos : 4 ; 5 ; 12 ; 20 ; 100 ; 132 es la media aritmética de 12 y 20 que son los dos términos centrales, es decir la mediana es 16.

Para datos agrupados :

$$Me = L_{inf} + w \left(\frac{\frac{n}{2} - F_{me-1}}{f_{me}} \right)$$

$$Me = L_{inf} + w \left(\frac{\frac{1}{2} - H_{me-1}}{h_{me}} \right)$$

Donde :

L_{inf} : Límite inferior de la clase mediana.

w : Ancho de clase

F_{me-1} : Frecuencia absoluta acumulada de la clase anterior a la clase mediana.

f_{me} : Frecuencia absoluta simple de la clase mediana.

Moda :

Para datos no agrupados : Es el valor que aparece con más frecuencia. Si son dos los números que se repiten con la misma frecuencia, el conjunto tiene dos modas y se denomina bimodal. Otros conjuntos no tienen moda.

Ejemplo :

La moda para los datos :

3 ; 4 ; 6 ; 6 ; 6 ; 7 ; 10 ; 21 es 6

Para datos agrupados :

$$Mo = L_{inf} + w \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right)$$

Donde :

L_{inf} : Límite inferior de la clase modal.

w : Ancho de clase

$$\Delta_1 = f_{mo} - f_{mo-1}$$

$$\Delta_2 = f_{mo} - f_{mo+1}$$

f_{mo} : frecuencia absoluta simple de la clase modal.

f_{mo+1} : frecuencia absoluta simple de la clase posterior a la clase modal.

f_{mo-1} : frecuencia absoluta simple de la clase anterior a la clase modal.

EJERCICIOS PROPUESTOS

ENUNCIADO :

Se analizan las notas de 20 alumnos en el curso de Aritmética recogiendo los siguientes datos :

3 , 4 , 8 , 2 , 11 , 7 , 10 , 12 , 16 , 15
7 , 11 , 10 , 6 , 9 , 9 , 10 , 13 , 13 , 14

01. ¿Cuántos estudiantes aprobaron el curso según los datos originales?

- a) 4 b) 6 c) 8
- d) 0 e) 12

02. Calcular la moda para los datos sin agrupar:

- a) 1 b) 10 c) 12
- d) 16 e) 13

03. Calcular la media para datos sin agrupar :

- a) 10,5 b) 10,2 c) 9,5
- d) 19,8 e) 12,7

04. Calcular la mediana para los datos sin agrupar :

- a) 9,5 b) 9,8 c) 9
- d) 10 e) 10,5

05. De la siguiente tabla de distribución de frecuencias, calcular : $f_2 - f_1 + n$

| Clases | f_i | h_i | F_i | H_i |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| [10 , 20> | | 0,1 | | |
| [20 , 30> | | | | |
| [30 , 40> | | 0,3 | | |
| [40 , 50> | 25 | | | 0,8 |
| [50 , 60> | 20 | | | |

- a) 102 b) 103 c) 104
- d) 105 e) 106

06. Dada la siguiente distribución de frecuencia.

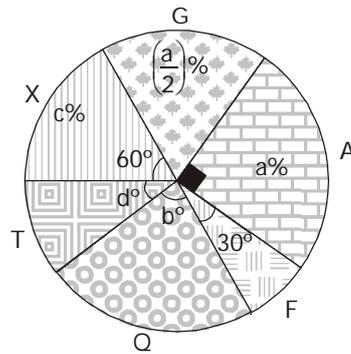
Hallar : $f_1 + f_3 + F_4$

| l_i | f_i | F_i | h_i | H_i |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| [10 , 20> | | | 0,1 | |
| [20 , 30> | | | | |
| [30 , 40> | 24 | | 0,3 | |
| [40 , 50> | 30 | | | 0,85 |
| [50 , 60> | | | | |

- a) 95 b) 97 c) 98
- d) 100 e) 120

07. El siguiente pictograma muestra las preferencias de 880 estudiantes sobre los cursos de Matemática (A , X , G , T) y ciencias (F y Q).

Calcule : $(a + b - 3c + d)$



- a) 140 b) 116 c) 104
- d) 110 e) 98

08. Si se tiene la siguiente distribución de frecuencias sobre las estaturas (en metros) de un grupo de 50 jóvenes.

| Intervalo de Clase | f_i | H_i |
|--------------------|-------|-------|
| [1,55 ; 1,60> | | |
| [1,60 ; 1,65> | | |
| [1,65 ; 1,70> | | |
| [1,70 ; 1,75> | 5 | 0,96 |
| [1,75 ; 1,80> | | |

Determinar qué porcentaje de jóvenes poseen una estatura no menor de 1,70m.

Si se sabe que :

$$h_1 = h_5 \quad \text{y} \quad h_2 = h_4$$

- a) 12% b) 14% c) 18%
- d) 20% e) 24%

09. El profesor Lau tiene 6 hijos, de los cuales 3 son trillizos y 2 mellizos. Si al calcular la media, mediana y moda de estas edades resultaron 10 ; 11 y 12 respectivamente.

Halle la diferencia entre la máxima y mínima edad.

- a) 10 b) 6 c) 8
- d) 7 e) 9

10. De la siguiente distribución de frecuencias de las notas de 25 alumnos se pide completar el tablero con un ancho de clase constante igual a 2 y $f_4 = f_5$

| I_i | f_i | F_i | $x_i f_i$ |
|---------|-------|-------|-----------|
| | | | 15 |
| [, 6 > | | | 20 |
| | | | 14 |
| | | 25 | |

Si la mínima nota aprobatoria es 10.
¿Qué tanto por ciento de los alumnos desaprobaron?

- a) 72% b) 75% c) 76%
d) 78% e) 80%
11. Completar la siguiente tabla de distribución de frecuencias sobre la cantidad de personas atendidas por los empleados de un banco durante 1 día e indicar qué tanto por ciento del total de empleados atienden de 20 a 33 personas.

| Cantidad de personas atendidas | f_i | h_i | H_i |
|--------------------------------|-------|-------|-------|
| [12 , 18 > | | | 0,10 |
| [, 24 > | | 0,30 | |
| [, 30 > | 42 | | |
| [, 36 > | 18 | | |

- a) 70% b) 72% c) 73%
d) 74% e) 75%
12. La siguiente tabla nos muestra los intervalos de clase y la frecuencia relativa de una tabla de distribución de frecuencias del número de pantalones que producen los empleados en una fábrica.
Calcular que tanto por ciento de personas producen de 5 a 8 pantalones.

| I_i | f_i | h_i | H_i |
|----------|----------|-----------|----------------|
| [5 , 7 > | [7 , 9 > | [9 , 12 > | [12 , 15 > |
| $2k$ | $k+0,02$ | 0,08 | $\frac{3}{2}k$ |

- a) 69 b) 71 c) 73
d) 75 e) 51

ENUNCIADO

(Para ejercicios del 613 al 616)

Se clasificó la inversión de un grupo de compañías mineras en una tabla de frecuencias. Se sabe que la máxima inversión

es de 56 millones de soles, que la amplitud de los intervalos es de 8 millones de soles, que las frecuencias absolutas correspondientes a los intervalos son :

1 ; 16 ; 21 ; 9 ; 8 ; 3 ; 2

13. ¿Qué porcentaje de compañías invierten 24 millones como mínimo?
- a) $38\frac{2}{3}\%$ b) $78\frac{2}{3}\%$
c) $38\frac{1}{3}\%$ d) $36\frac{2}{3}\%$
e) $32\frac{6}{3}\%$
14. Hallar la inversión más frecuente.
- a) 18,35 b) 20 c) 18,5
d) 20,5 e) 18
15. Hallar la inversión promedio en soles :
- a) 20,4 b) 23,53 c) 24,5
d) 20,5 e) 23,2
16. Hallar la mediana de los datos clasificados (en millones) de las compañías.
- a) 20,5 b) 20,95 c) 23,53
d) 18,35 e) 22,35
17. Indicar el valor de verdad de las siguientes proposiciones :
- I. La moda sólo se calcula para datos discretos.
II. El área del histograma es igual al área del polígono de frecuencias.
III. La ojiva es una curva trazada a partir del histograma de frecuencia absoluta.
- a) FVF b) FFF c) FFV
d) VFF e) VVF
18. Se tiene la siguiente tabla de frecuencias incompleta :

| Notas | h_i | H_i |
|------------|-------|-------|
| | 0,18 | |
| [4 , 8 > | | 0,44 |
| [8 , 12 > | | |
| [12 , 16 > | 0,12 | 0,91 |
| [16 , 20 > | | |

Halle la nota promedio.

- a) Mayor que 10 b) 9,8
c) Menor que 7 d) 8,72
e) 7,8

19. En la siguiente tabla, se muestra la cantidad de dinero que gastan semanalmente los alumnos del colegio TRILCE.
Halle la mediana.

| N° de soles | N° de alumnos |
|-------------|---------------|
| [0 , 20> | 400 |
| [20 , 40> | 300 |
| [40 , 60> | 250 |
| [60 , 80> | 150 |
| [80 , 100> | 50 |

- a) $31,6$ b) 32,3 c) 33,3
d) 40,3 e) 38,6
20. De la siguiente tabla de frecuencias, calcule qué porcentaje de personas tiene por lo menos 20 años, sabiendo que hay tantas personas de por lo menos 25 años y menos de 30 años como personas de por lo menos 30 años, pero menos de 40 años.

| I_i | x_i | f_i | F_i | H_i |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| [5 , 15> | | 3K | | |
| [15 , 20> | | | 5K | |
| [20 , 25> | | 5K | | |
| [25 , 30> | | | | |
| [30 , 40> | | | 14K | |
| [40 , 45> | | K | | |

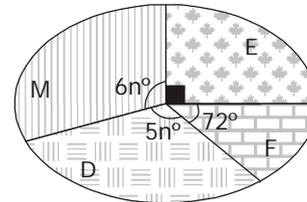
- a) 55,5% b) 66,6% c) 77,7%
d) 88,8% e) 44,4%
21. "Se tiene una distribución de frecuencias con cinco intervalos de clase cuyas frecuencias relativas son :

$$\frac{2-k}{5} ; \frac{2k}{5} ; \frac{k}{5} ; \frac{2-3k}{5} ; \frac{k+1}{5}$$

respectivamente".
Determinar los valores de k que hagan cierto el enunciado anterior.

- a) $k \in \mathbb{R}^+$
b) $k \in \mathbb{R}$
c) $k \in \mathbb{R} - \left\{ x/x \in \left\langle 0 ; \frac{2}{3} \right\rangle \right\}$
d) $k \in \mathbb{R} - \left\{ x/x \in \left\langle -\frac{1}{2} ; 3 \right\rangle \right\}$
e) $k \in \mathbb{R} - \left\{ x/x \in \left\langle -\infty ; 0 \right\rangle \cup \left[\frac{2}{3} ; \infty \right) \right\}$

22. El siguiente gráfico muestra las preferencias de un grupo de N alumnos sobre los cursos: Matemática (M); Estadística (E), Física (F) y Dibujo (D).
Determinar cuántos prefieren Matemática si los que prefieren Estadística son 100 personas.



- a) 140 b) 120 c) 180
d) 150 e) 130
23. De la siguiente distribución de frecuencias:

| Notas | f_i |
|--------------|-------|
| [200 ; 280> | 4 |
| [280 ; 320> | 16 |
| [320 ; 380> | 36 |
| [380 ; 540> | 88 |
| [540 ; 600> | 40 |
| [600 ; 1000> | 16 |

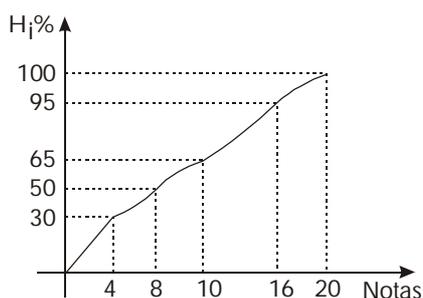
Determinar la diferencia entre la media y la mediana muestral.

- a) 12,2 b) 15,2 c) 12
d) 18,2 e) 20,2
24. Si el siguiente cuadro de distribución es simétrica y tiene un ancho de clase común.

| I_i | f_i | F_i | h_i |
|---------|-------|-------|-------|
| [20 , > | 12 | | |
| [, 36> | | | 0,15 |
| [, > | | | |
| [, > | | | |
| [,] | | 60 | |

Calcule la moda.

- a) 40 b) 45 c) 46
d) 49 e) 50
25. El siguiente cuadro muestra la ojiva de las frecuencias relativas acumuladas de las notas de un examen de ingreso a la U.N.M.S.M.
Determinar qué tanto por ciento de alumnos tuvieron una nota entre 9 y 15.



- a) 32,25% b) 33,25% c) 32,50%
 d) 33,75% e) 32,75%

26. Complete el siguiente cuadro de distribución de frecuencias, si tiene ancho de clase común.

| l_j | X_j | f_j | h_j | H_j |
|-------------|-------|-------|-------|-------|
| [30 ; 50 > | | a | 0,20 | |
| [; > | b | 20 | | |
| [c ; > | | | | 0,90 |
| [;] | | | d | |
| Total | | 50 | | |

Calcule el valor de la Mediana más la suma de (a + b + c + d)

- a) 201,50 b) 202,20 c) 203,60
 d) 205,10 e) 206,50

27. En una prueba de Aptitud Académica se evaluó a n estudiantes y las notas obtenidas se clasificaron en una tabla de distribución de frecuencias como se muestra a continuación :

| | | | | | |
|---------------------|----------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Marca de clase | 45 | 55 | 65 | 75 | 85 |
| Frecuencia relativa | $\frac{K}{50}$ | $\frac{3K}{100}$ | $\frac{2K}{25}$ | $\frac{3K}{50}$ | $\frac{K}{100}$ |

¿Qué porcentaje de estudiantes obtuvo una nota menor que 60 puntos o mayor igual que 80 puntos?

- a) 70% b) 25% c) 20%
 d) 15% e) 30%

28. En la siguiente tabla de frecuencias, se registra el número de personas por rango de edad.

¿Cuántas personas son mayores a 21 años?

| Edad | n |
|------------|----|
| [10 - 14 > | 5 |
| [14 - 18 > | 10 |
| [18 - 22 > | 20 |
| [22 - 26 > | 25 |
| [26 - 30 > | 15 |
| [30 - 34 > | 5 |

- a) 25 b) 50 c) 30
 d) 65 e) 45

29. Completar el siguiente cuadro de distribución de frecuencias de las notas de 16 alumnos en un examen de Matemática I.

| Notas (l_j) | f_j | h_j | H_j | F_j |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|
| [3 , 6 > | 4 | q | | |
| [6 , 9 > | m | 0,25 | a | |
| [9 , 12 > | 4 | p | | |
| [12 , 15 > | n | 0,125 | | d |
| [15 , 18 > | Q | 0,125 | | |
| Totales | | b | | |

Calcular : (a + b + d)

- a) 15 b) 11,5 c) 17,5
 d) 14,5 e) 16,5

30. De la siguiente distribución de frecuencias:

| Intervalo de Ingreso mensual | f_j | H_j |
|------------------------------|-------|-------|
| [; > | 1/K | K |
| [800 ; 1100 > | 2/K | |
| [1100 ; 1400 > | 9/K | |
| [1400 ; 1700 > | 3/K | |

Calcular : ¿cuántas personas ganan entre S/. 840 y S/. 1480 mensuales, además determinar el valor de F_4 ?

- a) 135 ; 225 b) 60 ; 225
 c) 173 ; 225 d) 120 ; 225
 e) 135 ; 250

31. Usando los datos de la tabla, que representa las velocidades registradas por 30 autos que pasaron por un mismo punto de control de velocidad.

| | | | | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| l_j | [10,26 > | [26,42 > | [42,58 > | [58,74 > | [74,90 > | [90,106 > |
| f_j | 4 | 12 | 7 | 4 | 2 | 1 |

David calculó la media armónica y obtuvo: (aprox.)

- a) 35 b) 33 c) 37
 d) 39 e) 31

32. Del siguiente cuadro :

| Clase | f_i | F_i | h_i | H_i |
|----------|-------|-------|-------|-------|
| [20, 30> | | 5 | 0,20 | |
| [30, 40> | | | | 0,44 |
| [40, 50> | 8 | | | |
| [50, 60> | | | | |

Calcule la diferencia entre la mediana y la moda.

- a) 3 b) 3,5 c) 3,52
 d) 3,125 e) 3,625

33. La siguiente tabla nos muestra la distribución de sueldos de una empresa.

Hallar $|a - b|$, si se sabe que el sueldo promedio de los trabajadores de la empresa es S/. 580.

| Sueldo | Frecuencia Relativa |
|-------------|---------------------|
| [300 ; 500> | a |
| [500 ; 700> | b |
| [700 ; 900> | 0,2 |

- a) 0 b) 0,2 c) 0,3
 d) 0,4 e) 0,6

34. La tabla muestra la distribución del ingreso familiar correspondiente a 80 familias.

F_i = frecuencia absoluta acumulada.

f_i = frecuencia absoluta simple.

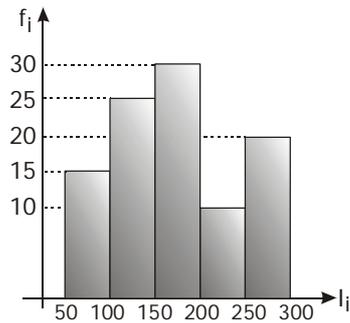
h_i = frecuencia relativa simple en tanto por uno.

| Intervalo de Ingreso | f_i | F_i | h_i |
|----------------------|-------|-------|-------|
| [160 ,170> | | | |
| [170 ,180> | 48 | 60 | |
| [180 ,190> | | | 0,125 |
| [190 ,200> | | | 0,075 |
| [200 ,210> | | | |

Determinar el número de familias que ganan menos de 200 nuevos soles.

- a) 66 b) 76 c) 70
 d) 50 e) 54

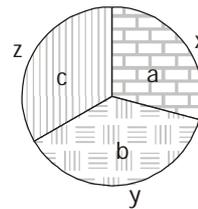
35. Dado el siguiente histograma de frecuencias absolutas:



Calcular el número de datos que se encuentran entre 75 y 125 y sumar con el número de datos que se encuentran entre 160 y 260.

- a) 88 b) 48 c) 58
 d) 68 e) 78

36. Se realizó una encuesta de las preferencias de un grupo de personas sobre 3 bebidas gaseosas x, y, z y se obtuvo el siguiente diagrama:



Donde : a, b y c representan números de personas y están relacionados de la manera siguiente :

$$\frac{210+a}{210-a} = \frac{240+b}{240-b} = \frac{150+c}{150-c} = K$$

Sabiendo que : K es entero y a, b y c los menores enteros positivos ($K > 0$).

Indique qué tanto por ciento del total, tiene la bebida gaseosa de mayor preferencia.

- a) 20% b) 60% c) 40%
 d) 55% e) 65%

37. En un salón de la Academia "TRILCE", se tiene los siguientes datos del peso de un grupo de alumnos :

Peso mínimo : 25 kg

Peso máximo : 75 kg

$$H_4 = 0,92 ; f_4 = 6 ; n = 50 ; h_1 = h_5 \text{ y } h_2 = h_4$$

Calcular la mediana.

Dar como respuesta la suma de la mediana y el número de alumnos cuyo peso es menor que 65.

- a) 48 b) 46 c) 44
 d) 96 e) 90

38. Los siguientes datos representan el sueldo mensual en dólares de 18 trabajadores de la Academia "TRILCE" :
 400 ; 450 ; 435 ; 380 ; 420 ; 430 ; 328 ; 350 ; 410 ; 400 ;
 430 ; 420 ; 450 ; 420 ; 395 ; 415 ; 400 ; 420.

Si por "Fiestas Patrias" cada trabajador recibe un aumento del 21% en los sueldos más una bonificación de \$25 y a la vez este aumento está afectado por un impuesto del 2,8%.

¿Cuál es el nuevo coeficiente de variabilidad?

- a) 0,00732 b) 0,321 c) 0,0032
 d) 0,0732 e) 0,3274

39. Reconstruir la siguiente distribución simétrica y determinar la media y la mediana muestral.

| I_i | f_i | F_i | H_i |
|-----------|-------|-------|-------|
| [10 , 12> | 7 | | 0,14 |
| [12 , 14> | | | 0,24 |
| [14 , 16> | | | |
| [16 , 18> | | | |
| [18 , 20> | | | |

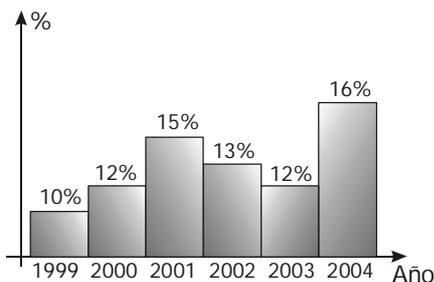
- a) 15 ; 15 b) 14 ; 15
 c) 15 ; 15,5 d) 14 ; 15,5
 e) 14,5 ; 15

40. En el siguiente cuadro muestra la frecuencia de las edades de una muestra de gente joven. Calcule el tamaño de la muestra así como la frecuencia relativa del intervalo número 5.

| | Frecuencia Absoluta | Frecuencia Relativa | Frecuencia Relativa Acumulada |
|-----------|---------------------|---------------------|-------------------------------|
| [0 , 4> | | | |
| [4 , 8> | | | |
| [8 , 12> | | 0,3 | |
| [12 , 16> | 20 | | 0,85 |
| [16 , 20> | 30 | | |

- a) 200 ; 0,20 b) 300 ; 0,30
 c) 200 ; 0,05 d) 130 ; 0,15
 e) 180 ; 0,10

41. El gráfico mostrado indica la variación porcentual de cada año del precio del dólar (tipo de cambio). Si al finalizar el año 2004, el dólar se cotizara a \$/ 3,65. Determine la cotización al finalizar el año 1999.



- a) 1,41 b) 1,92 c) 1,93
 d) 2,50 e) 2,20

42. Determine la varianza de los siguientes datos :

| x_i | f_i |
|-------|-------|
| 2 | 10 |
| 4 | 20 |
| 7 | 30 |
| 9 | 20 |

- a) 4 b) 5 c) 2,25
 d) 2,368 e) 5,609

43. Se tiene el siguiente cuadro estadístico referente a las edades de \overline{abc} personas.

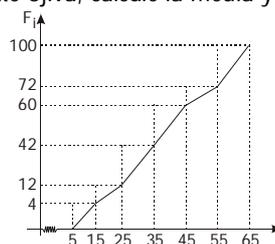
| I_i | f_i |
|-----------|-----------------|
| [15 ; 25> | \overline{ab} |
| [25 ; 35> | \overline{bc} |
| [35 ; 45> | \overline{ca} |
| [45 ; 55> | \overline{ac} |
| [55 ; 65> | \overline{cb} |
| [65 ; 75> | \overline{ba} |

Si se observa que todas las frecuencias absolutas son números pares.

Calcular cuántas personas tienen entre 30 y 60 años.

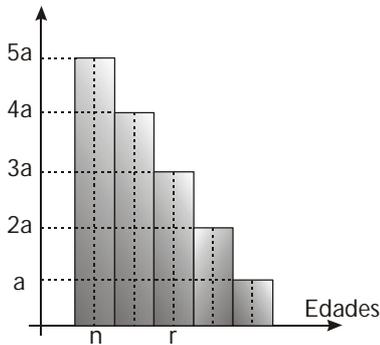
- a) Es un número capicúa.
 b) Es una cantidad cuadrada perfecta.
 c) Es mayor que 110.
 d) Hay 2 respuestas correctas.
 e) Hay 3 respuestas correctas.

44. De la siguiente ojiva, calcule la media y la moda.



- a) 39,7 ; 31,5 b) 39,7 ; 30
- c) 41 ; 31,5 d) 41 ; 30,5
- e) 38 ; 30

45. En un club deportivo, se tienen las edades de los hinchas distribuidas según el siguiente histograma de frecuencias.



Donde n y r son dos números, cuya suma, diferencia y el producto, están en la misma relación que los números 30 ; 12 ; 189 respectivamente.

Además : $a = \frac{n+r}{10}$

Calcule la edad promedio de los hinchas, sabiendo que la distribución se realiza en intervalos de igual ancho de clase.

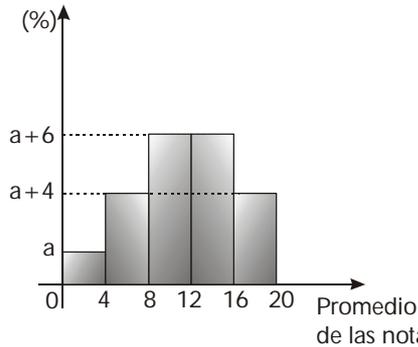
- a) 21 b) 17 c) 19
 - d) 23 e) 24
46. Si la moda de la variable aleatoria x es un número impar, hallar la M.A.

| x_i | f_i |
|-------|-------|
| 3 | 10 |
| 4 | 12 |
| 5 | 18+x |
| 6 | 18+y |
| 7 | 4 |
| 8 | 8 |
| 9 | 15 |
| 10 | 10 |
| Total | 100 |

$|x - y| = 1$

- a) 5 b) 4 c) 6
- d) 7 e) 6,3

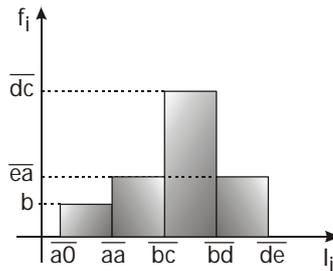
47. Según el gráfico siguiente :



En el cual se muestran las notas del curso de MATEMÁTICA I de un grupo de estudiantes universitarios, ¿qué porcentaje aprobó si el promedio aprobatorio es mayor que 10?

- a) 47% b) 50% c) 53%
- d) 52% e) 51%

48. Dado el siguiente histograma, con ancho de clase constante.

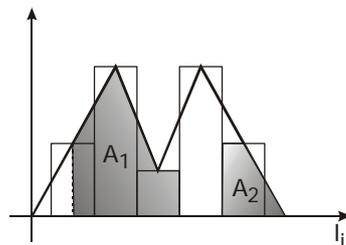


Señale la suma de la moda y la mediana.

- a) 147 b) 148 c) 149,74
- d) 150 e) 150,7

49. De una distribución simétrica de ancho de clase constante, se obtiene el siguiente polígono de frecuencia.

Se sabe que $6A_1 = 17A_2$ y el total de datos es 54.

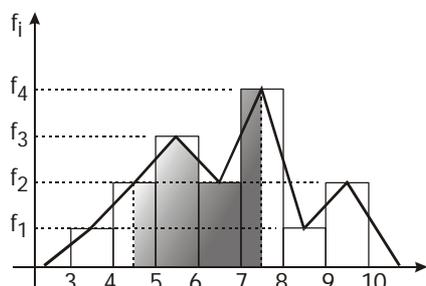


Señale la diferencia entre las frecuencias de la clase mediana y la clase modal.

- a) 7 b) 8 c) 9
- d) 15 e) 6

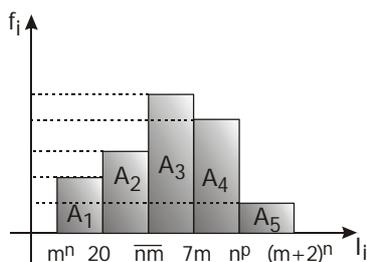
50. El área de la región sombreada es igual a la suma de todas las áreas de los rectángulos menos $45u^2$. Hallar el menor valor que pueda tomar la mediana, si además :

$$f_4 - f_2 = 18 \text{ y } f_1 = 6$$



- a) 5,12 b) 7,08 c) 6,82
d) 7,12 e) 7,10

51. Según el siguiente histograma :



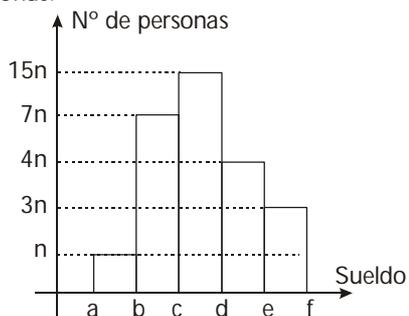
Se cumple :

$$A_1 + A_2 = A_4 + A_5$$

También el área bajo el polígono de frecuencia es $3A_3$. Halle la mediana.

- a) 22 b) 22,5 c) 23
d) 25 e) 26

52. En el siguiente histograma de ancho de clase común, se muestra los resultados de una encuesta. Se pide estimar la cantidad de personas que hay en el intervalo $\left[\frac{2b+c}{3} ; \frac{2e+f}{3} \right]$, si la población es de 9000 personas.



- a) 7400 b) 6000 c) 8400
d) 8100 e) 7000

53. Para estimar el peso promedio de los alumnos del Colegio Trilce, "XAV" eligió una muestra aleatoria de 100 alumnos; los pesos obtenidos se clasificaron en 5 intervalos de ancho común, luego YILDIRAY le ayudó a determinar la ojiva cuya gráfica se representa según la función:

$$F_{i(x)} = \begin{cases} 3x - 45 & ; x \in I_1 \\ v \cdot x + 5 & ; x \in I_2 \\ a \cdot x - 30 & ; x \in I_3 \\ n \cdot x - 75 & ; x \in I_4 \\ x + 35 & ; x \in I_5 \end{cases}$$

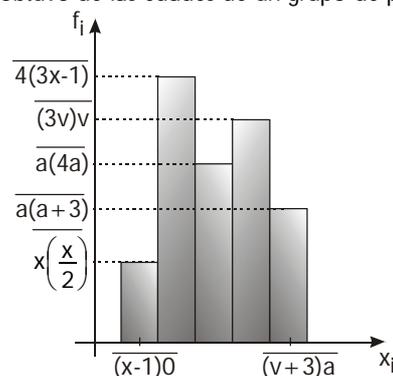
Determinar :

- a) $x_2 + a + v$
b) $f_3 + a + n$
c) $H_4 + h_2 + x_3$

Dé como respuesta la suma de cifras del mayor resultado obtenido :

- a) 9 b) 8 c) 7
d) 6 e) 5

54. Se elaboró el siguiente histograma con la información que se obtuvo de las edades de un grupo de personas.



Calcule la varianza y la mediana. Dar la suma, (aprox.)

- a) 124,8 b) 129,6 c) 131,4
d) 133,7 e) 135,4

55. En una empresa, se realizó un censo a los trabajadores sobre sus años de servicio, resultando entre 4 y 34 años. YILDIRAY, un alumno Trilce, se da cuenta que al hacer el histograma las barras poseen cantidades de trabajadores que forman una progresión aritmética cuya razón es 2, una de las barras posee un área de $60u^2$ y la cantidad de intervalos es mínima, además el

ancho de clase es constante y posee 2 divisores.
 Determinar la moda y la mediana.
 Dé como respuesta la suma de ellos, si se sabe que :

$$\sum_{i=1}^k f_i \text{ es mínimo.}$$

(k : número de intervalos)

- a) 51,3 b) 35,60 c) 45,32
 d) 47,30 e) 54,21

56. "XAV" ha elaborado una tabla de frecuencias con las siguientes características:

- * Alcance : [2 ; 20]
- * Ancho de clase : $w = v + 2$
- * Número de datos :
 $n = \text{Log}[\text{CA}(N) + N]^{100} = \overline{xav}$
- * $F_2 = \overline{(v+3)a}$; $F_3 = 60$; $F_5 = 3,3\widehat{F}_3$
- * $\frac{f_1}{f_2} = \frac{7}{8}$; además la distribución es simétrica.

Calcular la desviación estándar y la moda, sabiendo que:

$$N = 3 \cdot 15^k \text{ y } N \cdot \phi(N) = 2^3 \cdot 3^{k+3} \cdot 5^{k+1}$$

- a) 3,75 y 13 b) 3,08 y 11
 c) 14,08 y 13 d) 2,83 y 11
 e) 8 y 13

57. Dado el siguiente conjunto de datos :
 120 ; 115 ; 70 ; 50 ; 63 ; 120 ; 75 ; 103 ; 119 ;
 117 ; 95 ; 89 ; 57 ; 73 ; 85 ; 98 ; 102 ; 105 ; 63 ;
 65.

Si se ordenan en 7 intervalos de clase iguales, se piden:

- A. La suma del rango y el ancho de clase.
 B. El porcentaje de datos que hay entre 50 y 90.

- a) 80 ; 70% b) 70 ; 50%
 c) 70 ; 60% d) 80 ; 50%
 e) 90 ; 50%

58. Se tiene el siguiente cuadro estadístico, en el cual las frecuencias absolutas forman una progresión aritmética.

| l_i | f_i | h_i |
|----------|-------|-------|
| [10; 20> | | |
| [20; 30> | | |
| [30; 40> | 20 | |
| [40; 50> | | |
| [50; 60] | | 0,24 |

Un alumno distraído elabora la misma tabla, pero al hacerlo comete el error de aumentar cada dato en 5 unidades, si al elaborar dicha tabla observa que obtiene:

| l_i | f_i | h_i |
|----------|-------|-------|
| [10; 20> | | |
| [20; 30> | | |
| [30; 40> | | |
| [40; 50> | | 0,24 |
| [50; 60] | | |

Y con gran sorpresa, observa que una vez más las frecuencias se encuentran en progresión aritmética.
 Determinar la suma de las dos medias aritméticas.

- a) 79 b) 76 c) 82
 d) 84 e) 86

59. Una compañía tiene 100 trabajadores entre nombrados, contratados y practicantes. Para los nombrados, el sueldo máximo es de S/. 7000 y el mínimo de S/. 2000 mensuales. El 4% son practicantes que reciben propinas menores de S/. 800 y el 26% de los trabajadores son contratados que perciben haberes mayores o igual que S/. 800 pero menores de S/. 2000; 20 trabajadores nombrados perciben haberes menores que S/. 3500 y el 80% del total de trabajadores tienen haberes inferiores a S/. 5000.

Calcular:

- i) ¿Qué porcentaje de trabajadores ganan desde S/. 3500 hasta S/. 7000?
 ii) ¿Qué cantidad de trabajadores ganan sueldos menores de S/. 3500?

- a) 48% ; 52% b) 49% ; 51%
 c) 50% , 50% d) 49% , 50%
 e) 48% , 51%

60. En un cuadro de distribución de 4 intervalos de igual ancho de clase, se sabe que : $x_1 = 12$, $x_3 = 28$,

$$f_2 = 45 \text{ , } h_1 = h_3 = 0,25$$

Si en total hay 120 datos, calcular su media aritmética.

- a) 18 b) 22 c) 12
 d) 10 e) 15

Claves

| | |
|-----|---|
| 01. | c |
| 02. | b |
| 03. | c |
| 04. | d |
| 05. | d |
| 06. | e |
| 07. | d |
| 08. | b |
| 09. | c |
| 10. | a |
| 11. | d |
| 12. | e |
| 13. | d |
| 14. | a |
| 15. | e |
| 16. | b |
| 17. | c |
| 18. | d |
| 19. | a |
| 20. | b |
| 21. | e |
| 22. | b |
| 23. | a |
| 24. | a |
| 25. | c |
| 26. | d |
| 27. | e |
| 28. | b |
| 29. | a |
| 30. | c |

| | |
|-----|---|
| 31. | c |
| 32. | d |
| 33. | b |
| 34. | b |
| 35. | c |
| 36. | c |
| 37. | d |
| 38. | d |
| 39. | a |
| 40. | c |
| 41. | c |
| 42. | e |
| 43. | e |
| 44. | c |
| 45. | b |
| 46. | e |
| 47. | c |
| 48. | c |
| 49. | c |
| 50. | b |
| 51. | e |
| 52. | a |
| 53. | d |
| 54. | e |
| 55. | e |
| 56. | a |
| 57. | d |
| 58. | b |
| 59. | b |
| 60. | b |