Capítulo 4

DIVISIÓN ENTRE POLINOMIOS
DIVISIBILIDAD ALGEBRAICA
COCIENTES NOTABLES

DIVISIÓN DE POLINOMIOS

Es la operación que tiene por objetivo determinar un polinomio llamado cociente (q) y otro polinomio denominado resto o residuo (R), conociendo otros dos polinomios llamados dividendo (D) y divisor (d).

Esquema clásico :

$$\begin{array}{c|c} D & d \\ \cline{2-2} R & q \end{array}$$

de donde : $\boxed{D \equiv dq + R}$ (Identidad de la División).

Propiedades :

Siendo el grado del dividendo mayor o igual que el grado del divisor, con respecto a una variable en particular, es decir : $[D]° \geq [d]°$.

Se cumple :

1. El grado del cociente es la diferencia entre el grado del dividendo y divisor.

$$\boxed{[q]^o = [D]^o - [d]^o}$$

2. El máximo grado del resto es igual al grado del divisor disminuido en uno.

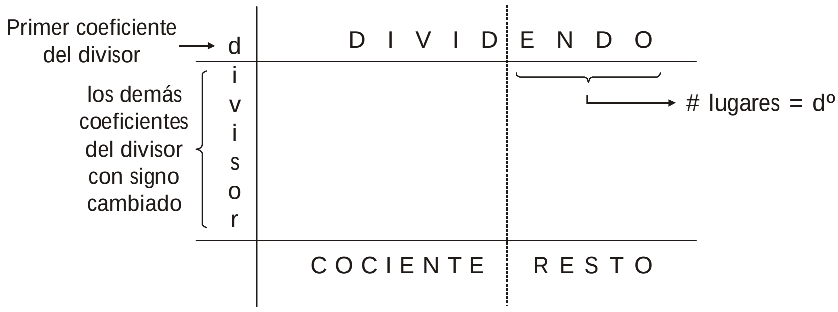
$$\boxed{[R]^o_{máx} = [d]^o - 1}$$

MÉTODOS DE DIVISIÓN

Para todos los métodos, el dividendo y divisor deben estar completos (si falta algún término se agrega "cero") y ordenados en forma decreciente.

I. *MÉTODO DE HORNER*

Para este método sólo se utilizan coeficientes, colocándolos en el siguiente esquema :



Ejemplo :

Dividir : $\dfrac{8x^5+4x^4+6x^2+6x-1}{4x^2-4x+2}$

Colocando según el esquema, los coeficientes del dividendo y divisor :

lugares = dº = 2

4	8	4	0	6	6	-1
4		8	-4			
			12	-6		
-2				8	-4	
por					8	-4
	2	3	2	2	10	-5

Coeficientes del "q" — Coeficientes del "R"

sólo se obtienen coeficientes. La variable se agrega de acuerdo al grado .

Así tenemos : q° = 5 - 2 = 3 ; Rºmáx = 2 - 1 = 1.

$$\Rightarrow \begin{cases} q = 2x^3+3x^2+2x+2 \\ R = 10x-5 \end{cases}$$

II. ***MÉTODO DE RUFFINI***

Al igual que en Horner, sólo utilizan coeficientes. Ruffini se aplica únicamente cuando el divisor es de la forma : x + b.

Esquema de Ruffini :

-b	DIVIDENDO	
	COCIENTE	R → siempre es un número

→ valor de "x" al igualar el divisor a cero.

Ejemplo : $\dfrac{3x^4-8x^3+5x^2+5}{x-2}$

Colocando los coeficientes en el esquema de Ruffini :

$x-2=0$	3	−8	5	0	5
2	↓	6	−4	2	4
por	3	−2	1	2	$\boxed{9}$ → R

coeficientes de "q"

Las variables de "q" se agregan de acuerdo al grado : q° = 4 - 1 = 3.

$$\Rightarrow \begin{cases} q = 3x^3-2x^2+2x+2 \\ R = 9 \end{cases}$$

Observación : si el divisor es ax + b ($a \neq 1$), luego de realizar la división, los coeficientes del cociente se dividen entre "a".

Ej. : $\dfrac{3x^4 + 7x^3 - 3x^2 + x + 7}{3x - 2}$

$$
\begin{array}{r|ccccc}
3x - 2 = 0 & 3 & 7 & -3 & 1 & 7 \\
\frac{2}{3} & \downarrow & 2 & 6 & 2 & 2 \\
\hline
 & 3 & 9 & 3 & 3 & \boxed{9} \\
\div 3 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\
 & 1 & 3 & 1 & 1 &
\end{array}
$$

$$q^o = 4 - 1 = 3 \Rightarrow \begin{cases} q = x^3 + 3x^2 + x + 1 \\ R = 9 \end{cases}$$

TEOREMA DEL RESTO

El resto de dividir el polinomio P(x) entre (x-a) es P(a).

Observación :

* Si el divisor no es de primer grado, se calcula alguna expresión según el caso y tal cual, se reemplaza en el dividendo.

Ejemplo :
Hallar el resto :

$$\frac{x^{50} + 3x^{21} - 7x + 2}{x + 1}$$

Por T. resto : $x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$

Reemplazando en el "D" : $R = (-1)^{50} + 3(-1)^{21} - 7(-1) + 2$

$R = 1 - 3 + 7 + 2$

$R = 7$

Ejemplo :
Hallar el resto :

$$\frac{x^{20} + 7x^5 - 6x^4 + x^3 + 1}{x^2 - 1}$$

Por T. resto : $x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1$ (no se calcula "x").

Formando " x^2 " en el dividendo : $(x^2)^{10} + 7(x^2)^2 x - 6(x^2)^2 + x^2 . x + 1$

Reemplazando :

$x^2 = 1 \Rightarrow R = (1)^{10} + 7(1)^2 x - 6(1)^2 + (1)x + 1$

$R = 1 + 7x - 6 + x + 1$

$R = 8x - 4$

DIVISIBILIDAD ALGEBRAICA

Se dice que un polinomio es divisible entre otro, si el resto de dividirlos es cero; es decir :

Si en : $P(x) \div f(x) \rightarrow R = 0$

Entonces P(x) es divisible entre f(x).

Propiedades :

1. Si un polinomio es divisible entre otros polinomios por separado, entonces será divisible entre el producto de dichos polinomios, siempre que estos sean primos entre sí, (no deben tener ningún factor en común); es decir :

Si en : $P(x) \div f(x) \rightarrow R = 0$
$P(x) \div g(x) \rightarrow R = 0$

$\Rightarrow \quad P(x) \div f(x) \,.\, g(x) \rightarrow R = 0$

* f(x) y g(x) son primos entre sí.

2. Si un polinomio es divisible entre un producto de varios polinomios, entonces será divisible entre cada uno por separado; es decir :

Si en : $P(x) \div f(x) \,.\, g(x) \rightarrow R = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(x) \div f(x) \rightarrow R = 0 \\ P(x) \div g(x) \rightarrow R = 0 \end{cases}$$

COCIENTES NOTABLES (C.N.)

Se llama, así, a los cocientes exactos obtenidos de la división de binomios de la forma :

$$\boxed{\frac{x^n \pm a^n}{x \pm a}}$$

Condiciones :

$$\begin{cases} R = 0 \\ n \rightarrow \text{entero y positivo} \end{cases}$$

Propiedades :

1. En : $\dfrac{x^n \pm a^n}{x \pm a}$, el número de términos del cociente será "n".

2. Si : $\dfrac{x^m \pm a^n}{x^p \pm a^q}$ es un C.N., entonces se cumple que :

$$\boxed{\frac{m}{p} = \frac{n}{q} = \#\ \text{términos del cociente}}$$

FÓRMULAS DE LOS COCIENTES NOTABLES

1er. Caso : n $\rightarrow$ par o impar

$$\boxed{\frac{x^n - a^n}{x - a} = x^{n-1} + x^{n-2}a + x^{n-3}a^2 + ... + a^{n-1}}$$

2do. Caso : n → impar

$$\boxed{\frac{x^n+a^n}{x+a}=x^{n-1}-x^{n-2}a+x^{n-3}a^2-...+a^{n-1}}$$

3er. Caso : n → par

$$\boxed{\frac{x^n-a^n}{x+a}=x^{n-1}-x^{n-2}a+x^{n-3}a^2-...-a^{n-1}}$$

Observación : La forma $\frac{x^n+a^n}{x-a}$ no genera un C.N. pues $R \neq 0$.

TÉRMINO GENERAL(T_k)

Se llama así a un término cualquiera del C.N. se representa por T_k. La fórmula para obtener el término general en:

$\frac{x^n-a^n}{x-a}$ es :

$$\boxed{T_k=x^{n-k}a^{k-1}}$$

donde : k → lugar de término.
x, a → términos del divisor (denominador).
n → exponentes que se repite en el dividendo.

Importante : para aplicar la fórmula, la división debe tener la forna de C.N.

Ej. Calcular el T_{17} en : $\frac{x^{120}-y^{180}}{x^2-y^3}$

Solución :

$$\underbrace{\frac{x^{120}-y^{180}}{x^2-y^3}}_{\text{no tiene forma}} \Rightarrow \underbrace{\frac{(x^2)^{60}-(y^3)^{60}}{x^2-y^3}}_{\text{tiene forma de C.N.}}$$

$$T_{17}=(x^2)^{60-17}(y^3)^{17-1} \rightarrow T_{17}=x^{86}y^{48}$$

<u>Observación</u> : la misma fórmula puede aplicarse para los casos :

$\frac{x^n+a^n}{x+a}$ y $\frac{x^n-a^n}{x+a}$, pero colocando el factor $(-1)^{k-1}$

así tendremos : $\boxed{T_k=(-1)^{k-1}x^{n-k}a^{k-1}}$

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Sea : $Q(x)$ el cociente y $R(x)$ el residuo de dividir :

$$\frac{6x^4-7x^3-4x^2+10x-3}{3x^2+x-2}$$

Indicar : $Q(x)+R(x)$.

a) $2x^2+6x$ b) $2x^2$
c) $2x^2+3x+2$ d) x^2+6x+2
e) $2x^2+2$

02. Hallar el residuo de dividir :

$$\frac{12x^5-9x^3-x^2+x}{6x^3+3x^2+1}$$

a) -2x+1 b) x^2+2x+1 c) 2x+1
d) $-x^2+2x-1$
e) $-x^2+2x$

03. El residuo de dividir :

$$\frac{8x^5+4x^3+Ux^2+Nx+I}{2x^3+x^2+3}$$

es : $5x^2+11x+7$. Calcular : $\sqrt{U.N.I}$.

a) 20 b) 30 c) 40
d) 50 e) 60

04. Si la división :

$$\frac{6x^4+16x^3+25x^2+Ax+B}{3x^2+2x+1}$$ es exacta, entonces el valor de : N = A+B, es :

a) 5 b) 9 c) 14
d) 19 e) 20

05. El residuo de dividir : $3x^3-4x^2+5x+6$ entre 3x + 2 es :

a) 0 b) 2 c) 4
d) 1 e) -1

06. Al efectuar la división :

$$\frac{3x^4+2\sqrt{2}x^3+4x^2+\sqrt{2}x-6}{3x-\sqrt{2}}$$

Indicar el producto de todos los coeficientes del cociente.

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 12

07. Calcular "n", para que el residuo de la división sea : 3n+2.

$$\frac{x^3-nx^2-nx-n^2}{x-n-2}$$

a) -2 b) -1 c) 1
d) 2 e) 3

08. Para que la siguiente ecuación :

$$x^4-5x^2+4x-m$$

sea divisible por : x+1, el valor de "m" debe ser :

a) -8 b) -4 c) -1
d) 1 e) 9

09. Dada la función polinomial :

$$P(x)=x^3-10000x^2-10002x+9999$$

Calcule el valor de : $P(10001)$.

a) -3 b) -2 c) -1
d) 0 e) 1

10. Calcular el residuo de dividir :

$$\frac{(x^2-3x-1)^4+2(x-3)^5+x}{x-4}$$

a) 88 b) 89 c) 87
d) 95 e) 98

11. Calcular : (A+B-C), si la siguiente división:

$$\frac{Ax^5+Bx^4+Cx^3+27x^2+19x+5}{4x^3+3x+1}$$

es exacta.

a) 41 b) 21 c) 11
d) 10 e) 40

12. Señale la relación necesaria de "a", con "c", tal que la división :

$$\frac{2a^2x^5+4abx^4+2b^2x^3-a^3x^2+a^2x+2a^2b}{ax^2+bx-c}$$

presente un resto : $4a^2x+2c^2-a^2c$.

a) 3a = 2c b) 2a = 3c
c) a = c d) 3a = 2c
e) 3a = -2c

13. ¿Para qué valor de "m", la división :

$$\frac{5x^3 - m(x^2+x-1)}{5x^2+2x-4} \text{ es exacta?}$$

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) N.A.

14. Calcular el valor numérico de :

$P(x) = x^5 + (2-2\sqrt{2})x^4 - 4\sqrt{2}x^3 + 5x - 3\sqrt{2}$

Para : $x = 2\sqrt{2}$.

a) $8\sqrt{2}$ b) $\sqrt{2}+7$ c) $7\sqrt{2}$
d) $13\sqrt{2}$ e) $9\sqrt{2}$

15. El resto obtenido en :

$$\frac{\sqrt{3}x^4 - (1-\sqrt{3})x^3 - 2\sqrt{3}(x^2+1) + A - 2x}{x+1-\sqrt{3}}$$

es 2. ¿Cuánto vale A?

a) 18 b) 6 c) 9
d) 8 e) -6

16. Calcular el resto de dividir :

$$\frac{(x+n)^7 - x^7 - n^7}{x+2n}$$

a) 0 b) $126n^7$ c) $3n^7$
d) $62n^7$ e) $128n^7$

17. Hallar el resto en :

$$\frac{(x^3-1)^{29} + x^{15} + x^5 + 1}{x^2+x+1}$$

a) x b) -x c) x+1
d) 1-x e) 0

18. Indicar el residuo obtenido al efectuar la división :

$$\frac{mx^{3m+2} + nx^{3n+1} + px^{3p}}{x^2+1+x}$$

a) (m - p)x + m - n b) mx - n + p
c) (n - m)x + p - m d) (m + p)x - n
e) (m+1)x + n - p

19. Si el resto de dividir :

$$\frac{6x^3+nx+1}{x^2+1} \text{ ; es : } (-4x+1).$$

Calcular : n^6 .

a) 5 b) 15 c) 16
d) 32 e) 64

20. Si el residuo de la división :

$$\frac{mx^8 + nx^6 - 3x^5 - 1}{x^3+1}$$

es $8x^2 - px - 5$.

Calcule : m + n + p

a) 0 b) 1 c) -1
d) 2 e) 3

21. Hallar la relación entre "b" y "c" para que :

$x^a - bx + c$; sea divisible entre $(x-1)^2$.

a) a = c - 1 b) b = c + 1
c) 2a = c - 1 d) 2a = c + 1
e) a = 2c - 1

22. Si en la división :

$$\frac{ax^{a-1} + (2a-1)x^{a-2} + (3a-2)x^{a-3} + ... + (a^2-a+1)}{ax-1}$$

el cuádruple del resto es igual a nueve veces la suma de coeficientes del cociente. Hallar "a".

a) 10 b) 9 c) 8
d) 6 e) 3

23. Calcular el resto de la siguiente división :

$$\frac{x^{7^{8^n}} + x^{7^{9^n}} + x^{7^{10^n}} + ... \text{ "n" sumandos}}{x^{7^{7^n}} + 1}$$

$n \,\varepsilon\, N / n \geq 2003$.

a) -n b) n^2 c) 0
d) 2003 e) $-n^2$

24. Calcular la suma de los valores de "a" que hacen al polinomio :

$P(x) = x^n - ax^{n-1} + ax - 1;\ a \,\varepsilon\, \mathbb{Z}^+$ divisible por $(x-1)^2$.

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

25. Calcular el resto en :

$$\frac{[(x^2)^{n+2} - 2x^{2n+1}](x^3-2)^{2n} + x^{2n+1}}{x^2+x+1} ;\ n \,\varepsilon\, \mathbb{Z}^+$$

a) 0 b) 1 c) 1
d) x e) -x

26. Obtener el término independiente del cociente de :

$$\frac{x^{18}(x^3+1)-5x^{14}+3x^4-11}{x+1}$$

a) 10 b) 8 c) 4
d) 6 e) 2

27. Si se divide el resto de la siguiente división:

$$\frac{x^{7n}+x^{6n+3}+2x^{5n+1}+3x^{4n}-3}{x^{n-1}+x^{n-2}+...+x+1}$$

entre x^2+2 ; se obtendrá como resto :

a) x b) x + 1 c) 1
d) -1 e) 0

28. Calcular el valor de "n" para que :

$\left((x-1)^n(x^3+8)\right)^2.(x^2-8x+16)-29x^4(2-x)^4$
$\div(x^2-2x-2)$

presente un resto de 11 200.

a) 6 b) 5 c) 2
d) 3 e) 4

29. Calcular el residuo que se obtiene al dividir:

$$\frac{(x^9+2x^4+x)(x+2)}{(x^4-2)(x+2)}$$

a) 5x + 4 b) $5x^2+6x+8$
c) x^2+2x+6 d) $5x^2+14x+8$
e) $3x^2+12x+6$

30. Deteminar: $a+b+c$, de modo que :

$(x+1)^5+a(x+1)^3+bx+c$; es divisible por $(x-1)^3$.

a) 40/3 b) 70/3 c) 94/3
d) 184/3 e) 52

31. Si al dividir : $\frac{P(x)}{x-2}$. El residuo es 8 y el cociente (x^2+1) ,

hallar : $P(4)$.

a) 40 b) 42 c) 30
d) 32 e) 18

32. Si al dividir $P(x)$ entre $(x^2-x)(x-3)$, se halla por resto (6x +5), hallar el resto de dividir $P(x)$ entre x - 3.

a) 20 b) 23 c) 2
d) 12 e) 18

33. El polinomio P(x) es divisible en forma separada entre (x-2), (x+4) y (x+1). Hallar el residuo que deja la división de P(x) entre (x^3+3x^2-6x-8) .

a) 2 b) -4 c) -1
d) -2 e) 0

34. Un polinomio $P(x)$ de tercer grado es divisible por separado entre (x - 2); (x+1) y (2x+1). Si la suma de sus coeficientes es -30, hallar el cociente de dividir $P(x)$ entre el producto (x-2)(x+1)(2x+1).

a) -4 b) x + 1 c) 5
d) -6 e) 6

35. Un polinomio es dividido en forma separada entre (x-4), (x+4) y (x-1); obteniéndose el mismo residuo 5. Hallar el residuo que se obtiene al dividir dicho polinomio entre $(x^3-x^2-16x+16)$.

a) 2 b) 5 c)10
d) 0 e) 4

36. Un polinomio de tercer grado cuya suma de coeficientes es -76, es dividido en forma separada entre (x+1), (x+3) y (x-3); obteniéndose el mismo residuo 4. Calcular su término independiente.

a) -31 b) -37 c) -41
d) 19 e) 21

37. Si A(x) es un polinomio de segundo grado, tal que al dividirlo entre (x-5) y (x+3) en forma separada deja residuo igual a 7. Calcular el residuo de $A(x)\div(x+1)$, si : $A(x)\div$ (x-4) deja residuo -7.

a) -17 b) 15 c) 12
d) -10 e) -6

38. Al dividir un polinomio mónico $P(x)$ de tercer grado por separado entre (x^2-2x+2) y (x + 1) da el mismo resto 8, hallar el resto de dividir : $\frac{P(x)}{x-3}$.

a) 24 b) 12 c) 28
d) 15 e) 17

39. Se divide $P(x)$ entre (x+1) y (x-1), los restos respectivos son 2 y 4. Hallar el resto de dividir dicho polinomio entre x^2-1 .

a) x + 2 b) x c) -2
d) x + 3 e) -x + 3

40. El polinomio : $(x-2)^{51}+(x-1)^{40}+7$.
No es divisible entre : x^2-3x+2 .
Indique su residuo.

a) 2x + 1 b) 2x - 1 c) 2x - 4
d) 2x + 4 e) 2x

41. Si al dividir : $P_{(x)}$ entre (x - b) da como resto "a" ; al dividir $P_{(x)}$ entre (x - a) da como resto "b". Hallar el resto que resulta de dividir :

$$P_{(x)} \div (x-a)(x-b) \qquad (a \neq b)$$

a) x + ab b) -x + ab
c) -x - a + b d) -x + a + b
e) -x + 2ab

42. Al dividir el trinomio :
ax^2+bx+2 entre (x-1) y (5x-13) dio como restos -1 y 15, respectivamente.
Hallar el valor de : (a - b).

a) 13 b) 10 c) -10
d) -1 e) -13

43. Dado el polinomio $P_{(x)}$, si $P_{(x)}$ - 5 es divisible por (x + 5) y $P_{(x)}$ + 5 es divisible por (x - 5). ¿Cuál es el resto de dividir $P_{(x)}$ entre (x^2-25) ?

a) x b) -x c) x + 1
d) x - 1 e) -x - 1

44. Los restos de la división de un polinomio entero en "x", por los binomios x+1, x-1 y x-2 son, respectivamente 5, -1, -1. Hallar el resto de la división del polinomio por el producto : $(x^2-1)(x-2)$.

a) 0 b) 15 c) x^2+1
d) x + 3 e) x^2-3x+1

45. Al dividir un polinomio mónico de tercer grado entre (x-2) y (x-4) en forma separada se obtuvo el mismo residuo -8, si su término independiente es 16. Hallar su término cuadrático.

a) $3x^2$ b) $-x^2$ c) $-2x^2$
d) $4x^2$ e) $-3x^2$

46. Se tiene un polinomio de segundo grado que es divisible entre (x - 1). Se sabe además que su término independiente es -3 y que al dividirlo entre (x + 1) se obtuvo como resto 8. Hallar el resto que resulta de dividir el polinomio entre (x - 3).

a) 10 b) 22 c) 36
d) 48 e) 56

47. Los restos de las divisiones de un polinomio entero en "x" por los binomios (x+3), (x - 2), (x - 1) son 16, 11 y 4 respectivamente. Entonces el residuo de la división de dicho polinomio entre x^3-7x+6 será :

a) 1 b) 2 c) x^2+1
d) x^2+x+1 e) $2x^2+x+1$

48. Un polinomio $P_{(x)}$ de noveno grado, tiene raíz cúbica exacta, se anula para x = 2 es divisible entre (x + 2), el resto de dividirlo entre (x + 1) es 729, la suma de sus coeficientes es 27. Señala el término independiente de dicho polinomio.

a) 27 b) 501 c) 427
d) 512 e) 511

49. Calcular el resto de dividir un polinomio $P_{(x)}$ del sétimo grado entre (x + 2), si se anula para : x = 3, x = 2, x = 1 y es divisible entre (x^2+1) y (x + 5). Además el, resto de dividirlo entre (x + 1) es 960 y su término independiente es 60.

a) 710 b) 7200 c) 2300
d) 1221 e) N.A.

50. Al dividir un polinomio S(x) entre (x^3+1) se obtuvo como residuo 3x. Hallar el residuo que origina $S^2_{(x)}$ entre (x^2-x+1).

a) x + 4 b) 3x - 3 c) 3x + 3
d) 6x - 6 e) 9x - 9

51. Un polinomio $P_{(x)}$, al ser dividido entre (x^2+1), da como residuo (-x + 1). ¿Cuál será el residuo en?

$$\frac{[P_{(x)}]^7}{x^2+1}$$

a) x - 1 b) 4(x + 1) c) 8(x + 1)
d) 8(x - 1) e) 4(x - 1)

52. Se sabe que el polinomio $F_{(x)}$ es divisible por $(x^n - 1)$. Si se divide $F_{(x)}$ entre (x-1), se puede afirmar que :

a) Es exacta.
b) La suma de los coeficientes del cociente es cero.
c) La suma de los coeficientes del resto es cero.
d) a ó c.
e) Hay 2 correctas.

53. Se tiene un polinomio $P_{(x)}$ que, al dividirlo entre :
$$x^5-15x^4+85x^3-225x^2+274x-120,$$
se obtiene como resto : 3x - 1 y un cociente $Q_{(x)}$. Se pide calcular el resto de dividir $P_{(x)}$ entre (x - 4), sabiendo que al dividir $Q_{(x)}$ entre (x - 4) se obtuvo como resto 1.

a) 11 b) -10 c) -20
e) 20 e) -11

54. Al dividir $P_{(x)}$ entre (x + a) deja como resto 4bc. Al dividir $Q_{(x)}$ entre (x + a) deja como resto b^2c^2. Hallar el resto que se obtiene al dividir :

$\dfrac{P^2_{(x)}}{Q_{(x)}}$ entre (x + a). Se sabe además que :

$P^2_{(x)}$ es divisible entre $Q_{(x)}$.

a) 4bc b) b^2c^2 c) 2bc
d) 16 e) 4

55. El polinomio : $x^3-2x^2-15x+x^2\sqrt{a}-2x\sqrt{a}-15\sqrt{a}$ es divisible entre $(x+\sqrt{a})$ y (x + 3), entonces también será divisible entre :

a) x + a b) x - 3 c) x - 5
d) x + 5 e) x - 4

56. Siendo: $P_{(x)}=x^4-x^3+nx-n$ divisible separadamente entre los binomios (x-a), (x-b), (x-c), (x-d), señale el residuo de dividir $P_{(x)}$ entre :

$$(x-a^{-1}-b^{-1}-c^{-1}-d^{-1})$$

a) 2 b) 0 c) 1
d) -1 e) -2

57. Encontrar el término central de un polinomio de la forma :
$nx+(n-1)x^2+(n-2)x^3+...+2x^{n-1}+x^n$, sabiendo que el resto que resulta de dividirlo entre (x - 1) es 153.

a) $10x^{10}$ b) $9x^9$ c) $12x^{12}$
d) $13x^{13}$ e) $7x^7$

58. Si el cociente notable : $\dfrac{x^{30}-x^m}{x^n-y^2}$ tiene 10 términos, hallar el valor de $(m+n)$.

a) 23 b) 21 c) 25
d) 35 e) 50

59. Siendo que el C.N.

$$\frac{a^{m-2}-b^{n+5}}{a^3-b^2}$$

tiene 9 términos en su desarrollo, calcular :

$$\sqrt{m-n}$$

a) 1 b) 3 c) 4
d) 5 e) 7

60. Si "N" es el número de términos que genera el desarrollo del cociente notable :

$$\frac{x^{3a-1}-y^{5a+5}}{x^5-y^{10}}$$

Indicar el valor de : "a + N".

a) 7 b) 9 c) 11
d) 13 e) 28

61. Hallar el número de términos del desarrollo del C.N. :

$$\frac{x^{5n+3}-a^{5(n+6)}}{x^{n-1}-a^{n+2}}$$

a) 3 b) 5 c) 6
d) 7 e) 9

62. Si la siguiente división :

$$\frac{x^{m^2+81}-y^{2m}}{x^{27}-y^3}$$

genera un cociente notable. Hallar el número de términos de dicho cociente notable.

a) 6 b) 12 c) 15
d) 13 e) 27

63. Desarrollar los siguientes C.N. :

a) $\dfrac{x^{15}-y^{20}}{x^3-y^4}=$

b) $\dfrac{y^{20}+m^{25}}{y^4+m^5}=$

c) $\dfrac{a^{40}-b^{28}}{a^{10}+b^7}=$

d) $\dfrac{x^{21}-1}{x^3-1}=$

64. Indicar el C.N. que origina a :

a) $m^{72}+m^{54}+m^{36}+m^{18}+1=$
b) $y^8-x^8y^6+x^{16}y^4-x^{24}y^2+x^{32}=$
c) $x^{35}-x^{30}+x^{25}-x^{20}+x^{15}-x^{10}+x^5-1=$

65. Hallar el vigésimo tercer término del desarrollo del cociente :

$$\frac{x^{120}-y^{96}}{x^5-y^4}$$

Señalar la suma de exponentes.

a) 91 b) 93 c) 95
d) 97 e) 99

66. Evaluar el quinto término del C.N. obtenido a partir de:

$\dfrac{x^{36}-y^{12}}{x^{6}-y^{2}}$, para : $x=2^{-8}$ e $y=2^{6}$.

a) 2^{-4} b) 2^{-10} c) 2^{4}
d) 2^{8} e) 1

67. Calcular "mn", si el T_{24} del C.N. :

$\dfrac{x^{325m}-y^{260n}}{x^{5m}-y^{4n}}$ es $x^{345}y^{984}$.

a) 6 b) 12 c) 15
d) 18 e) 24

68. Si : m - n = 27; y $\dfrac{x^{m}-y^{n}}{x^{7}-y^{4}}$ genera un C.N.

Hallar el grado absoluto del sexto término del desarrollo.

a) 38 b) 39 c) 40
d) 41 e) 42

69. Determinar el lugar del término que presenta como grado absoluto a 88 en el desarrollo de :

$$P(x;y)=\frac{x^{125}-y^{75}}{x^{5}-y^{3}}$$

a) 14 b) 13 c) 15
d) 17 e) 16

70. Dado el cociente notable : $\dfrac{x^{120}-y^{40}}{x^{3}-y}$

Sabiendo que el $T_{P}=x^{90}y^{m}$. Hallar : "m.p".

a) 72 b) 110 c) 132
d) 56 e) 90

71. Hallar el término central del desarrollo del siguiente cociente notable :

$$\frac{x^{6k-3}-y^{8k+3}}{x^{3}-y^{5}}$$

a) $x^{9}y^{15}$ b) $x^{3}y^{5}$ c) xy
d) $x^{5}y^{9}$ e) $x^{12}y^{10}$

72. Si : A(x; y) es el término central del desarrollo del C.N.:

$$\frac{(3x+2y)^{15}-y^{15}}{3x+y}$$

Indicar el valor de A(1; -2).

a) -128 b) -3^{7} c) -64
d) 3^{7} e) 128

73. El término central del desarrollo del cociente notable :

$\dfrac{z^{n}-w^{m}}{z^{2}-w^{5}}$ es $z^{q}w^{90}$.

Calcular el valor de "n - q".

a) 24 b) 72 c) 94
d) 38 e) 111

74. Si el término central del C.N. :

$\dfrac{x^{5n}-y^{2n}}{x^{5}-y^{2}}$ es $x^{\frac{25m}{2}}.y^{20}$

Hallar : $(m+n)^{1/2}$.

a) 4 b) 2 c) 3
d) 1 e) 5

75. Qué lugar ocupa el término independiente en el desarrollo del C.N. :

$$Q(x)=\frac{x^{27}-x^{-9}}{x^{3}-x^{-1}}$$

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) No tiene

76. Indicar el lugar que ocupa el término independiente del desarrollo del C.N. :

$$\frac{x^{27}-x^{-x}}{x^{3}-x^{-5}}$$

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

77. Calcular "m" para que el término independiente del C.N. :

$\dfrac{x^{24}-m^{6}x^{-6}}{x^{4}-mx^{-1}}$ sea 81.

a) 6 b) 5 c) 4
d) 3 e) 9

78. Hallar el lugar que ocupa el término independiente en el desarrollo de :

$$\frac{x^{6}-x^{-4}}{\sqrt[6]{x}-\sqrt[9]{x^{-1}}}$$

a) 17 b) 18 c) 19
d) 22 e) 21

79. Si el término de lugar 4 contado desde el extremo final del desarrollo del C.N. :

$\dfrac{x^{5p}-y^{2p}}{x^{5}-y^{2}}$ tiene grado absoluto 37.

Indicar el número de términos del desarrollo del C.N.

a) 10 b) 12 c) 14
d) 15 e) 18

80. Si : $x^{66}y^{7+5r}$ es el séptimo término del desarrollo del C.N. :

$$\frac{x^p - y^q}{x^{11} - y^r}$$

Indicar el término de lugar 5 contado a partir del extremo final.

a) $x^{55}y^{49}$ b) $x^{66}y^{42}$ c) $x^{55}y^{35}$
d) $x^{44}y^{56}$ e) $x^{5}y^{66}$

81. Si el C.N. : $\dfrac{x^8 - 1}{x^m - 1}$ tiene 4 términos en su desarrollo.

Calcular : $E = m^9 + m^8 + m^7 + ... + m + 1$ ·

a) $2^{10} - 1$ b) $2^{10} + 1$ c) $2^9 - 1$
d) $2^{11} + 1$ e) $2^{11} - 1$

82. Si :

$$E(x) = \frac{x^{20} + x^{18} + ... + x^2 + 1}{x^{10} + x^9 + x^8 + ... + x + 1} - \frac{x^{11} - 1}{x + 1}$$

Hallar : E(-1/3).

a) -1/9 b) -1/3 c) 1
d) 3 e) 9

83. Simplificar :

$$E = \frac{x^{78} + x^{76} + x^{74} + ... + x^2 + 1}{x^{38} + x^{36} + x^{34} + ... + x^2 + 1} - x^{40}$$

a) 0 b) 1 c) x^{36}
c) x^{41} e) x^{42}

84. Reducir :

$$E = \frac{x^{22} + x^{20} + x^{18} + ... + x^2 + 1}{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)} - x^{18}$$

a) $x^6 - x^3 + 1$ b) $x^{12} - x^6 + 1$
c) $x^6 + x^3 + 1$ d) $x^{10} + x^5 + 1$
e) $x^{12} + x^6 + 1$

85. Si :

$$F(x) = \left(\frac{x^{12} - x^{10} + x^8 - x^6 + ... + 1)}{x^{24} + x^{20} + x^{16} + ... + 1}\right)^{-1}$$

Hallar : $F\left(\sqrt{2}\right)$.

a) 257 b) 511 c) 25
d) 127 e) 510

Claves

01.	b	31.	b	61.	e
02.	c	32.	b	62.	a
03.	c	33.	e	63.	-
04.	d	34.	c	64.	-
05.	a	35.	b	65.	b
06.	b	36.	c	66.	e
07.	a	37.	a	67.	d
08.	a	38.	c	68.	d
09.	b	39.	d	69.	d
10.	c	40.	d	70.	e
11.	c	41.	d	71.	a
12.	c	42.	a	72.	a
13.	d	43.	b	73.	d
14.	c	44.	e	74.	e
15.	d	45.	e	75.	b
16.	b	46.	d	76.	b
17.	d	47.	e	77.	d
18.	c	48.	d	78.	d
19.	e	49.	b	79.	d
20.	b	50.	e	80.	d
21.	b	51.	c	81.	a
22.	b	52.	d	82.	d
23.	a	53.	a	83.	b
24.	b	54.	d	84.	e
25.	a	55.	c	85.	d
26.	e	56.	b		
27.	c	57.	b		
28.	c	58.	a		
29.	d	59.	c		
30.	e	60.	e		