

Capítulo 13

SISTEMA DE ECUACIONES

SISTEMAS LINEALES

Forma General :

Consideremos un sistema lineal de "m" ecuaciones con "n" incógnitas.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_n \end{cases}$$

Donde :

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ son las incógnitas, siendo el conjunto solución de la forma :

$$CS = \{(x_1; x_2; x_3; \dots; x_n)\}$$

Observación :

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales, existen diversos métodos como por ejemplo :

- * Método de Sustitución.
- * Método de Reducción.
- * Método de Igualación.
- * Método Matricial.
- * Método de Cramer (Determinantes).

Sistema Lineal Homogéneo :

Es aquel donde los términos independientes son nulos (ceros).

Ejemplo :

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \dots\dots (1) \\ 2x + y + z = 0 \dots\dots (2) \\ x - 3y - 2z = 0 \dots\dots (3) \end{cases}$$

Un sistema lineal homogéneo siempre es compatible donde una de sus soluciones es la solución trivial (cada incógnita es igual a cero). Para el ejemplo :

Solución trivial = (0; 0; 0).

Asimismo, el sistema lineal homogéneo puede tener otras soluciones, las llamadas no triviales.

Resolución de un Sistema lineal según el Método de Cramer :

Dado un sistema lineal de "n" ecuaciones con "n" incógnitas :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

Consideremos :

1. Determinante del Sistema (Δ_s)

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

2. Determinante de una Incógnita (Δ_i)

Se obtiene a partir del determinante anterior, reemplazando los elementos de la columna de coeficientes de la incógnita en referencia por los términos independientes.

$$\Delta_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & b_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

cada incógnita del sistema se obtendrá, según la relación.

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta_s}; \forall i = \overline{1; n}$$

Ejemplo :

Resolver :

$$\begin{cases} 2x + 5y = 7 & \dots (1) \\ 3x - 2y = 3 & \dots (2) \end{cases}$$

observar que :

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = (2)(-2) - (3)(5) \\ = -4 - 15 = -19$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = (7)(-2) - (3)(5) \\ = -14 - 15 = -29$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = (2)(3) - (3)(7) \\ = 6 - 21 = -15$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} \rightarrow x = \frac{29}{19}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} \rightarrow y = \frac{15}{19}$$

$$\therefore \text{CS} = \left\{ \left(\frac{29}{19}, \frac{15}{19} \right) \right\}$$

Teorema : Dado el sistema lineal homogéneo.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = 0 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n = 0 \end{cases}$$

si este admite soluciones aparte de la trivial, el determinante del sistema deberá ser nulo, es decir:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = 0$$

Análisis de las Soluciones de un Sistema Lineal

Dado el sistema :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

donde la solución se obtiene a partir de :

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta_s}, \text{ luego :}$$

1. El sistema tiene solución única, si y sólo si: $\Delta_s \neq 0$.
2. El sistema tiene infinitas soluciones, si y sólo si: $\Delta_i = 0 \wedge \Delta_s = 0$.
3. El sistema no tiene solución si siendo $\Delta_s = 0$, existe algún $\Delta_i \neq 0$.

Propiedad

Un caso particular de lo visto anteriormente se presenta en el sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas :

$$\begin{cases} ax + by = c & \dots (1) \\ a_1x + b_1y = c_1 & \dots (2) \end{cases}$$

1. El sistema será compatible determinado, es decir, tendrá solución única, si se verifica:

$$\boxed{\frac{a}{a_1} \neq \frac{b}{b_1}}$$

2. El sistema será compatible indeterminado, es decir, tendrá infinitas soluciones, si se verifica :

$$\boxed{\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}}$$

3. El sistema será incompatible, es decir no tendrá solución si se verifica :

$$\boxed{\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} \neq \frac{c}{c_1}}$$

SISTEMAS NO LINEALES**Criterios de Resolución :**

1. Si el sistema está conformado por ecuaciones de diferentes grados se deberá encontrar una nueva ecuación en función de una sola incógnita, para a partir de ésta determinar las soluciones del sistema.

Ejemplo :

Resolver :

$$\begin{cases} x+y=7 & \dots\dots (1) \\ xy=10 & \dots\dots (2) \end{cases}$$

De la ecuación (1) : $x = 7 - y$

Reemplazando en (2) : $(7-y)y = 10$

$$\begin{aligned} \text{Efectuando, tenemos : } & y^2 - 7y + 10 = 0 \\ & (y-5)(y-2) = 0 \end{aligned}$$

De donde, obtenemos : $y = 5 \vee y = 2$

Si : $y = 5$ en (2) : $x = 2$

→ Sol : (2; 5)

Si : $y = 2$ en (2) : $x = 5$

→ Sol : (5; 2)

∴ CS = {(2; 5), (5; 2)}

2. Si el sistema está formado por ecuaciones, cuya parte literal es homogéneo y de igual grado se recomienda realizar la siguiente sustitución : $y = Kx$, donde el parámetro "K" se determinará por eliminación de las incógnitas $x \wedge y$.

Una vez encontrado el valor de "K", fácilmente se obtendrá el valor de cada incógnita del sistema.

Ejemplo :

Resolver :

$$\begin{cases} x^2 + 3xy + 3y^2 = 21 & \dots\dots\dots (1) \\ x^2 + xy + 3y^2 = 15 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Hagamos : $x = Ky$

Reemplazando en (1) :

$$y^2(K^2 + 3K + 3) = 21$$

Reemplazando en (2) :

$$y^2(K^2 + K + 3) = 15$$

$$\text{Dividiendo m.a-m : } \frac{K^2 + 3K + 3}{K^2 + K + 3} = \frac{7}{5}$$

De donde, obtenemos : $K^2 - 4K + 3 = 0$

$$K = 3 \vee K = 1$$

Como : $x = Ky \rightarrow x = 3y \vee x = y$

en (1) con $x = 3y$: $9y^2 + 9y^2 + 3y^2 = 21$

$$21y^2 = 21$$

$$y^2 = 1$$

$$y = 1 \vee y = -1$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$x = 3 \vee x = -3$$

Soluciones (3; 1) y (-3; -1)

en (1) con $x = y$: $y^2 + 3y^2 + 3y^2 = 21$

$$7y^2 = 21$$

$$y^2 = 3$$

$$y = \sqrt{3} \vee y = -\sqrt{3}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3}$$

Soluciones : $(\sqrt{3}; \sqrt{3})$ y $(-\sqrt{3}; -\sqrt{3})$

∴ CS = {(3;1), (-3; -1), ($\sqrt{3}; \sqrt{3}$), ($-\sqrt{3}; -\sqrt{3}$)}

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Dar el valor de "a", si para : $(x; y) = (5; y_0)$ el sistema verifica :

$$\begin{cases} (2a+1)x + (a+3)y = 1 \dots (1) \\ (2a-1)x + (a+2)y = -1 \dots (2) \end{cases}$$

- a) 8 b) 9 c) 10
d) 7 e) 6

02. Si el sistema :

$$\begin{cases} (a+3)x + (a-3)y = 2a \\ (b-2)x + (b+2)y = 2b \end{cases}$$

tiene solución única, hallar : $\frac{a}{b}$.

- a) $R - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ b) $R - \left\{ \frac{2}{3} \right\}$ c) $R - \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$
d) $R - \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$ e) $R - \{0\}$

03. Hallar : $\frac{x+y}{x-y}$, del sistema :

$$\begin{cases} \frac{3x+2y}{x+y-15} = -9 \dots (1) \\ 11(x-y) = 135 - x \dots (2) \end{cases}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

04. Si :

$$\begin{aligned} x - \sqrt{y} &= 14; x > 10 \\ x + y &= 20 \end{aligned}$$

Entonces : $\frac{x}{y}$, es :

- a) 1 b) -1 c) 0
d) 8 e) 4

05. Calcular : $x^3 + y^3$, si :

$$\frac{5xy}{x+y} = \frac{3xy}{x-y} = 4$$

- a) 63 b) 28 c) 26
d) 65 e) 0

06. ¿Cuántas soluciones tiene?

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 13 \\ x^2 + |y| &= 11 \end{aligned}$$

- a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

07. El sistema :

$$\begin{cases} x - y + z = 35 \\ x^2 + y - 3z = a + 1 \end{cases}$$

Además : x, y, z; son proporcionales a los números 4, 2, 5; respectivamente. Hallar el valor de "a".

- a) 333 b) 334 c) 335
d) 331 e) 925

08. Si el sistema :

$$\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ 2ax - by = 8 \end{cases}$$

tiene infinitas soluciones. Hallar el valor de "a-b".

- a) 52 b) -12 c) 34
d) -28 e) 16

09. Indicar un valor de "xy", al resolver :

$$\begin{aligned} \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} &= 4 \\ x^2 - y^2 &= 9 \end{aligned}$$

- a) 12 b) -18 c) 18
d) 20 e) 24

10. Respecto al conjunto :

$$A = \{(x, y) | 2x + 3y - 6 = 0; 4x - 3y - 6 = 0; x - 1 = 1; 3y = 2\}$$

- a) Tiene 6 elementos.
b) Tiene 4 elementos.
c) Tiene 1 elemento.
d) Es el conjunto vacío.
e) Tiene un número ilimitado de elementos.

11. Hallar el producto de los valores de "x+y", que resuelve el sistema :

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 113 - xy \\ x + y &= 43 - xy \end{aligned}$$

- a) 112 b) -156 c) 121
d) 171 e) -171

12. Al resolver el sistema :

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{y+1} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{4}{x} + \frac{7}{y+1} = \frac{15}{4}$$

se obtiene :

- a) $x = 1, y = 2$
b) $x = 2, y = 1$
c) $x = 1, y = 3$
d) $x = 3, y = 3$
e) $x = 2, y = 3$

13. ¿Para qué valores de "m" el sistema de ecuaciones :
 $2x + 7y = m$
 $3x + 5y = 13$
 tiene soluciones positivas ?
- a) $\frac{26}{3} \leq m < \frac{91}{5}$ b) $\frac{26}{3} < m \leq \frac{91}{5}$
 c) $\frac{26}{3} \leq m \leq \frac{91}{5}$ d) $\frac{26}{3} < m < \frac{91}{5}$
 e) $9 < m < 11$
14. Sea la terna (a; b; c) solución del sistema de ecuaciones:
 $7x + 4y - 4z = 7$
 $7y + 5z = 12$
 $11y + 8z = 10$
 Entonces, la suma (b + c), es igual a :
- a) -100 b) -112 c) 1
 d) 80 e) 96
15. Determinar la única solución del sistema:
 $x^2 + y^2 = 144 \dots (1)$
 $y + 13 = nx \dots (2)$
 Si : $n > 0$; proporcionando el valor de :
 $\left(\frac{y}{x}\right)$.
- a) -7/6 b) -12/5 c) 7/12
 d) 5/7 e) 3/5
16. Dado el sistema :

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 25 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

 si : $2y > x$, entonces el valor de $\frac{x}{y}$ es :
- a) 1 b) 3/2 c) 2
 d) 8/3 e) 3
17. Resolver :
 $3x - 2y = 5$
 $x^2 - xy + 2y = 7$
- a) (x = 1, y = 8) y (x = 3, y = 9/2)
 b) (x = 2, y = 3) y (x = 8, y = 9/2)
 c) (x = 2, y = 9/2) y (x = 3, y = 1)
 d) (x = 3, y = 5) y (x = 2, y = 8/3)
 e) (x = 3, y = 2) y (x = 8, y = 19/2)
18. Hallar "n", para que el sistema sea incompatible :
 $(n + 3)x + 2ny = 5n - 9$
 $(n + 4)x + (3n - 2)y = 2n + 1$
- a) -1 b) -2 c) 0
 d) 1 e) 2
19. Hallar "a+b", de modo que el sistema :

$$\begin{cases} (a-1)x + 4y = 10 \\ 2x + (b+1)y = 5 \end{cases}$$

 posea infinitas soluciones.
- a) 4 b) 6 c) 8
 d) 10 e) 12
20. Si : x, y, z son enteros y no negativos, entonces con respecto a las soluciones del sistema :
 $x^3 - y^3 - z^3 = 3xyz$
 $x^2 = 2(y+z)$
 se concluye que :
- a) Existen cuatro soluciones.
 b) Existen tres soluciones.
 c) Existen sólo dos soluciones.
 d) No existen soluciones enteras.
 e) Existe más de cuatro soluciones.
21. Resolver el sistema :
 $\sqrt{x^2 + 12y} + \sqrt{y^2 + 12x} = 33$
 $x + y = 23$
 Calcular : $\sqrt{2x - y}$
- a) 3 b) 2 c) 5
 d) 7 e) 4
22. El conjunto de soluciones del siguiente sistema :
 $x^2 + y^2 = r^2$
 $y = r$; para : $r > 0$ es :
- a) ϕ
 b) Conjunto unitario.
 c) Un conjunto de dos elementos.
 d) Un conjunto de tres elementos.
 e) Un conjunto de cuatro elementos.
23. El mínimo valor de "z" que satisface el sistema de ecuaciones :
 $x + y = 12$
 $x^2 + y^2 = z$
 es :
- a) 9 b) 18 c) 36
 d) 72 e) 144
24. Si :

$$\begin{cases} a + b + c = 2 \\ -a + b + c = 0 \\ 3a - 5b - c = 0 \end{cases}$$

 Entonces : $2a + \frac{5}{b} - 2c$ es igual a :
- a) 13 b) 12 c) 11
 d) 10 e) 9

25. Sea "m" un entero, tal que el sistema de ecuaciones :
 $2x + 3y = 8$
 $mx - y = 37$
 $3x + 8y = m$

sea compatible. Si : (x_0, y_0) es la solución de dicho sistema. Hallar el valor de :

$$E = m - (x_0 + y_0)$$

- a) 0 b) 1 c) 2
 d) 3 e) 4

26. Hallar el valor de "a" para que el sistema tenga solución única :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ x + y + z = a \end{cases}$$

- a) a = 1 b) a = 2/3
 c) a = 4/3 d) a = -2/3
 e) a = -1/2

27. Resolver en \mathbb{R}^2 el sistema de ecuaciones:

$$\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{3}{2} \dots\dots (1)$$

$$x + xy + y = 9 \dots\dots (2)$$

Indicando el menor valor que toma "x".

- a) 2 b) 3 c) 4
 d) -2 e) -3

28. ¿Para qué valor del parámetro λ , el sistema en x é y :

$$\begin{cases} x + \lambda y = 1 \\ \lambda x + y = \lambda^2 \end{cases}$$

es compatible indeterminado?

- a) Únicamente $\lambda = -1$
 b) Sólo $\lambda = 0$
 c) $\lambda = -1$; $\lambda = 0$
 d) Únicamente $\lambda = 1$, $\lambda = -1$
 e) Sólo cuando $\lambda = 1$

29. El sistema de segundo grado :

$$x^2 + y^2 = 16 \dots\dots\dots (1)$$

$$y + 5 = mx \dots\dots\dots (2)$$

para un cierto valor de "m" admite solución única. Obtener dicho valor de "m".

- a) 3/4 b) 1/4 c) 7/4
 d) 1/2 e) 1/5

30. ¿Cuántas soluciones no nulas tiene el sistema :

$$3xy + 2z = xz + 6y = 2yz + 3x = 0 ?$$

- a) 2 b) 3 c) 4
 d) 5 e) 6

31. Resolver :

$$(x + y)(x - y) = 11 \dots\dots\dots (\alpha)$$

$$(y + 3)(y - 3) = x \dots\dots\dots (\beta)$$

Indicando uno de los valores obtenidos para "x" ó "y".

- a) $-\sqrt{6}$ b) $-\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$
 d) $-\sqrt{5}$ e) $-\sqrt{10}$

32. Resolver en \mathbb{R} el sistema :

$$x + y - z = 1$$

$$x^2 - y^2 + z^2 = 1$$

$$-x^3 + y^3 + z^3 = -1$$

Indicando el número de elementos del conjunto solución real del sistema.

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 6

33. Se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \frac{a+b}{a-b}$$

$$xy = ab(a^2 + b^2)$$

Entonces, el valor de $\sqrt{2}(x-y)$ es igual a :

- a) $(a-b)^2$ b) $(a+b)^2$
 c) $2(a-b)^2$ d) $2(a+b)^2$
 e) a - b

34. Si las ecuaciones :

$$ax + by = 1; cx^2 + dy^2 = 1$$

tienen solamente una solución, calcular :

$$\frac{a^2}{c} + \frac{b^2}{d}$$

- a) 1 b) 3/2 c) 2/3
 d) 5/4 e) 4/5

35. Indicar "z" al resolver :

$$\begin{cases} x + 2y - w = 5 \\ 2x - 3z = 7 \\ x + y + z = 2 \\ -2x + y + w = 2 \end{cases}$$

- a) -1 b) 2 c) -3
 d) 0 e) 8

36. El valor positivo de "x+y+z", del sistema :

$$2x + y + z = xy + yz$$

$$2y + x + z = xz + xy$$

$$2z + x + y = xz + yz$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2$$

a) $2 + \sqrt{6}$ b) $2 + \sqrt{5}$ c) $2 + \sqrt{7}$

d) $2 + \sqrt{3}$ e) $2 + \sqrt{2}$

37. Determinar la suma de valores que adopta "k", de tal manera que el sistema lineal homogéneo :

$$(1 - k)x + y - z = 0$$

$$2x - ky - 2z = 0$$

$$x - y - (1 + k)z = 0$$

admira también soluciones no triviales.

a) 12 b) -2 c) 4

d) -9 e) 0

38. Hallar : (a+b), para los cuales las ecuaciones :

$$x^3 + ax^2 + 18 = 0$$

$$x^3 + bx + 12 = 0$$

tienen 2 raíces comunes.

a) 4 b) 6 c) 3

d) 5 e) 16

39. Luego de resolver el sistema :

$$x + y + z = 5 \dots\dots (1)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{12} \dots\dots (2)$$

$$xy + yz + xz = -2 \dots\dots (3)$$

Señale el menor valor que toma "x".

a) 2 b) 3 c) 4

d) -2 e) -3

40. ¿Cuántas soluciones tiene el sistema :

$$\frac{x}{y^2 - 3} = \frac{y}{x^2 - 3} = \frac{-7}{x^3 + y^3} ?$$

a) 2 b) 3 c) 4

d) 5 e) 6

41. Establecer la condición para : a, b, ≠ 0, para que :

$$x + y = a > 0 \dots\dots (1)$$

$$x^3 + y^3 = b(x + y) \dots\dots (2)$$

admira soluciones de componentes reales.

a) $4b - a^2 \geq 0$ b) $4a + b < 0$

c) $a - 4b^2 > 0$ d) $b - 4a^2 \geq 0$

e) $a + 4b \leq 0$

42. ¿Cuántas soluciones tiene el sistema :

$$y^2 + z^2 - x = z^2 + x^2 - y = x^2 + y^2 - z = 1 ?$$

a) 2 b) 3 c) 4

d) 5 e) 6

43. Del sistema :

$$x^2 - y^2 = xy - ab$$

$$(x+y)(ax+by) = 2ab (a + b)$$

un valor que toma "x" es :

a) \sqrt{a} b) \sqrt{b} c) \sqrt{ab}

d) $\sqrt{a+b}$ e) $\sqrt{a-b}$

44. Dado el sistema :

$$\begin{cases} (x+1)^2 + (y+1)^2 = (10-x-y)^2 \\ xy + x + y = 11 \end{cases}$$

Entonces, el valor de : x + y, es :

a) 5 b) 6 c) 16

d) 14 e) 10

45. Resolver :

$$\sqrt{\frac{3x-2y}{2x}} + \sqrt{\frac{2x}{3x-2y}} = 2 \dots\dots (\alpha)$$

$$4y^2 - 1 = 3y(x-1) \dots\dots (\beta)$$

Indicando el menor valor para "y".

a) 1 b) 1/2 c) 1/4

d) 1/8 e) 1/16

46. Resolver el sistema, y hallar : y - x.

$$\begin{cases} x^2 + y\sqrt{xy} = 70 \\ x\sqrt{xy} + y^2 = 105 \end{cases}$$

a) 3 b) 4 c) 5

d) 6 e) 7

47. En el sistema, hallar : x^{y+z} , donde : $x \in \mathbb{R}^+$.

$$\begin{cases} x^2 + 2xy - xz = 2 \\ xy + 2xy^2 - yz = 4 \\ zx + 2yz - z^2 = 6 \end{cases}$$

a) 1 b) 2 c) 3

d) 4 e) 5

48. Resolver :
 $2\sqrt{x-y} + \sqrt[4]{x+2y} = 4 \dots (\alpha)$
 $\sqrt[8]{(x-y)^4(x+2y)^2} = 2 \dots (\beta)$

Indicando (xy) , si : $x, y \in \mathbb{R}$.

- a) 6 b) 9 c) 30
 d) 40 e) 16

49. Resolver el sistema :
 $x + xy + xy^2 + xy^3 = 15 \dots (\alpha)$
 $x^2 + x^2y^2 + x^2y^4 + x^2y^6 = 85 \dots (\beta)$

Indicando la suma del mayor valor de "x" con el menor valor de "y".

- a) 8 b) 16/3 c) 17/2
 d) 3/2 e) 7/2

50. Resolviendo el sistema :
 $x + y^2 = y + x^2 = a + a^2$

Se obtienen para "x" é "y", 2 valores de la forma :

$$\frac{1}{2}[1 \pm \sqrt{(na-1)(na+3)}]$$

Hallar "n".

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

51. Resolver y dar el valor de : "x+y".
 $(x+1)^2 + (y+1)^2 = (10-x-y)$
 $xy - x - y = 11$

- a) 3 b) 5 c) 7
 d) 9 e) 11

52. Dado el sistema :
 $(a-2b)x + y = 4^a - 3b$
 $2x + (2a+b)y = b^{a-b} + 6a + 4$
 Donde : $a - 2b = 3 \wedge 2a + b = 1$.
Determinar : $a + b + 2x_0 + y_0$, donde :
 (x_0, y_0) es solución del sistema.

- a) 11 c) 0 c) 19
 d) 3 e) 4

53. Resolver el sistema :
 $x + y + z = 9 ; z = \frac{2(1+xy)^2}{x+y}$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 41$$

Indicar como respuesta : $x^y + y^z + z^x$.

- a) 29 b) 39 c) 30
 d) 49 e) 40

54. Resolver en los reales :
 $x + y = \frac{3}{2}xy \dots (\alpha)$

$$x^3 + y^3 = 9 \dots (\beta)$$

indicando la suma de todos los valores de "x" con todos los valores de "y" obtenidos.

- a) 1 b) 5 c) 6
 d) 8 e) 10

55. ¿Para qué valor real de "K", el sistema :

$$x + y + z = 2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2$$

$$x^3 + y^3 + z^3 = K$$

tiene solución real?

- a) 2 b) $\sqrt{3}$ c) $\frac{7}{4}$
 d) $\sqrt{5}$ e) Más de una es correcta

56. Al resolver el sistema :

$$3x^2 + xy - 2y^2 = 0 \dots (1)$$

$$2x^2 - 3xy + y^2 = 1 \dots (2)$$

se obtiene una solución de la forma :

$$x = ai \wedge y = bi \quad (i = \sqrt{-1})$$

Hallar : $(a-b)^a$, si : $a, b, \in \mathbb{Z}^+$.

- a) 4 b) 3 c) 2
 d) 1 e) 5

57. Resolver el sistema y dar "xy".

$$\frac{8}{2x-3y+17} + 5x - 8y + 44 = 5 \dots (1)$$

$$\frac{5}{2x-3y+17} + 16y = 10x + 88 \frac{1}{2} \dots (2)$$

- a) 11 b) -3 c) -90
 d) 86 e) 99

58. Encontrar el intervalo de "m" para que el sistema :

$$2x - 5y = 1 ; mx + 10y = 4$$

se satisfaga $\forall x \in \mathbb{R}^+ ; \forall y \in \mathbb{R}^+$.

- a) $m > -4$ b) $m < -4$ c) $-4 < m < 8$
 d) $m > 8$ e) $m < 8$

59. Dado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$x + y + z = 0$$

$$(b+c)x + (a+c)y + (a+b)z = 0$$

$$bcx + acy + abz = 1$$

Entonces, la solución del sistema para x, y, z , en ese orden con $a \neq b, b \neq c, a \neq c$, es:

a) $\frac{1}{(a-b)(a-c)}; -\frac{1}{(a-b)(c-b)}; -\frac{1}{(a-c)(b-c)}$

b) $-\frac{1}{(a-b)(a-c)}; \frac{1}{(a-b)(c-b)}; -\frac{1}{(a-c)(b-c)}$

c) $-\frac{a}{(a-b)(a-c)}; -\frac{b}{(a-b)(c-b)}; -\frac{c}{(a-c)(b-c)}$

d) $\frac{a}{(a-b)(a-c)}; \frac{b}{(a-b)(c-b)}; \frac{c}{(a-c)(b-c)}$

e) $\frac{-a}{(b-c)}; \frac{-b}{(c-a)}; \frac{-c}{(a-b)}$

60. Resolver el sistema adjunto y proporcionar el valor real de "x"; $a, b, c \in \mathbb{R}$.

$$x^3 + a = y^3 + b = z^3 + c = xyz$$

siendo:

$$a^2b^2 + b^2c^2 + a^2c^2 = 2abc(a + b + c)$$

a) $\sqrt[3]{\frac{-2a^2 - ab - ac - bc}{a + b + c}}$

b) $\sqrt[3]{\frac{2a^2 - ab - ac + bc}{2(a + b + c)}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{-2a^2 - ab - ac + bc}{2(a + b + c)}}$

d) $\sqrt[3]{\frac{(a + b + c)^2}{ab + bc + ad}}$

e) $\sqrt[3]{\frac{a^2 - b^2 - c^2}{ab + bc + ac}}$

Claves

01.	<i>c</i>
02.	<i>d</i>
03.	<i>a</i>
04.	<i>e</i>
05.	<i>d</i>
06.	<i>e</i>
07.	<i>b</i>
08.	<i>a</i>
09.	<i>d</i>
10.	<i>c</i>
11.	<i>b</i>
12.	<i>e</i>
13.	<i>d</i>
14.	<i>b</i>
15.	<i>b</i>
16.	<i>b</i>
17.	<i>e</i>
18.	<i>b</i>
19.	<i>b</i>
20.	<i>a</i>
21.	<i>e</i>
22.	<i>b</i>
23.	<i>d</i>
24.	<i>c</i>
25.	<i>a</i>
26.	<i>e</i>
27.	<i>c</i>
28.	<i>e</i>
29.	<i>a</i>
30.	<i>c</i>

31.	<i>d</i>
32.	<i>b</i>
33.	<i>a</i>
34.	<i>a</i>
35.	<i>c</i>
36.	<i>a</i>
37.	<i>e</i>
38.	<i>c</i>
39.	<i>d</i>
40.	<i>e</i>
41.	<i>a</i>
42.	<i>d</i>
43.	<i>c</i>
44.	<i>a</i>
45.	<i>b</i>
46.	<i>b</i>
47.	<i>a</i>
48.	<i>c</i>
49.	<i>c</i>
50.	<i>b</i>
51.	<i>b</i>
52.	<i>a</i>
53.	<i>b</i>
54.	<i>c</i>
55.	<i>e</i>
56.	<i>d</i>
57.	<i>e</i>
58.	<i>c</i>
59.	<i>c</i>
60.	<i>c</i>