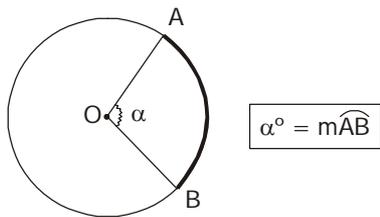
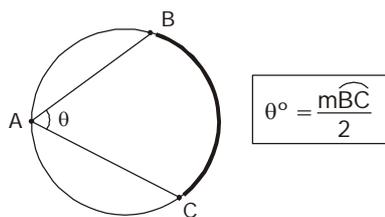


# ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

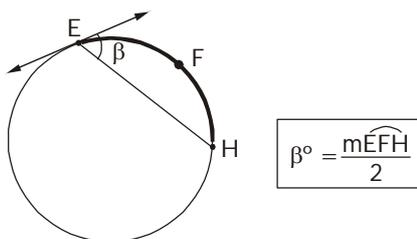
\* **Ángulo Central**



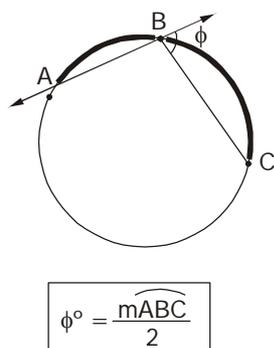
\* **Ángulo Inscrito**



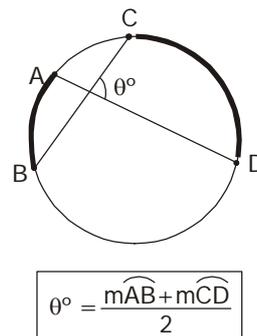
\* **Ángulo Seminscrita**



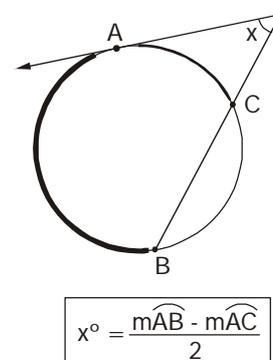
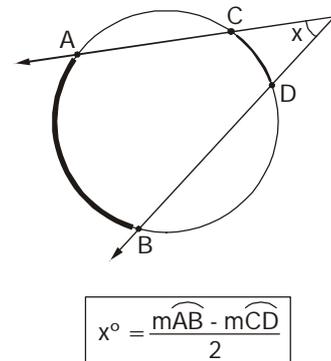
\* **Ángulo Exinscrita**

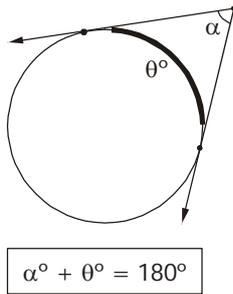


\* **Ángulo Interior**

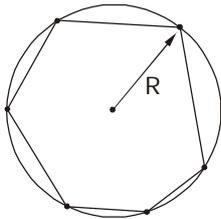


\* **Ángulo Exterior**



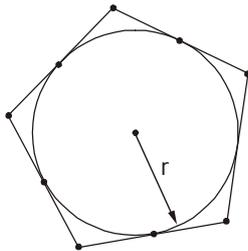


**Polígono Inscrito**



Circunferencia : circunscrita  
Radio : circunradio

**Polígono Circunscrito**

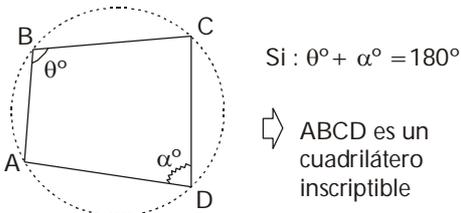


Circunferencia : inscrita  
Radio : inradio

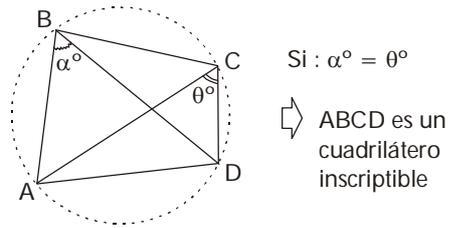
**CUADRILÁTERO INSCRIPTIBLE**

Es aquel cuadrilátero que acepta que se le describa una circunferencia por sus cuatro vértices. Para que esto suceda es necesario y suficiente que el cuadrilátero cumpla con una de las dos condiciones siguientes :

**Primera condición :**

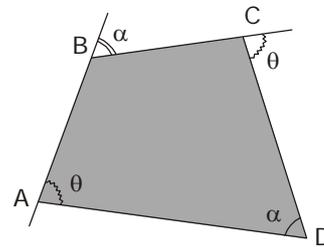


**Segunda condición :**



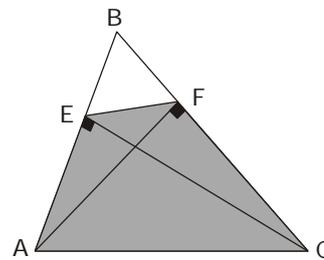
**Observaciones :**

- \* Si un cuadrilátero cumple con una de las dos condiciones, entonces se cumplirán las dos a la vez.
- \* Si un cuadrilátero es inscriptible, entonces la medida de un ángulo interior es igual a la medida del ángulo exterior opuesto.

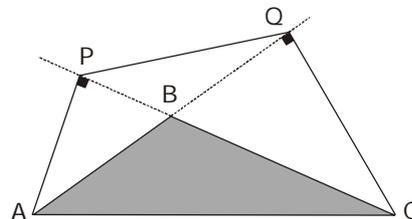


□ ABCD inscriptible

- \* Dado un triángulo al trazar dos alturas, se observa que se determina un cuadrilátero inscriptible.



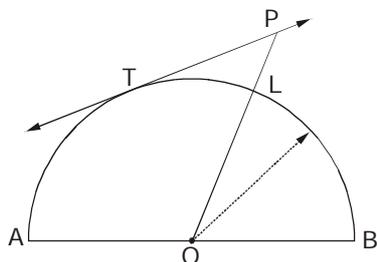
□ AEFC : inscriptible



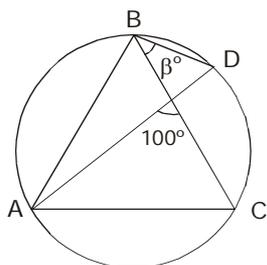
□ APQC : inscriptible

**Test de aprendizaje preliminar**

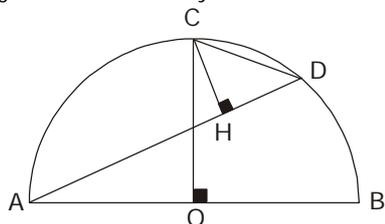
01. En el gráfico,  $TP = 4 u$  y  $AB = 6 u$ , calcule :  $m\widehat{TL}$ , siendo "T" punto de tangencia.



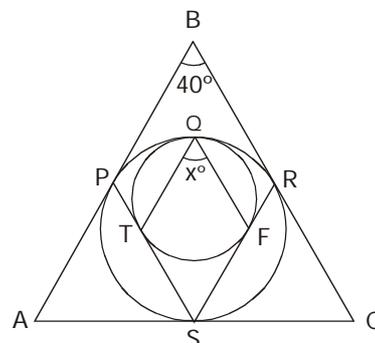
02. En el gráfico, ABC es un triángulo equilátero. Calcule " $\beta^\circ$ ".



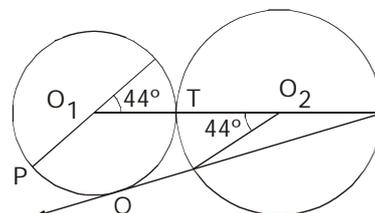
03. En el gráfico, O es centro y  $CH = 4 u$ . Calcule CD.



04. Del gráfico, calcule " $x^\circ$ ". Si : P, Q, R, F, S y T, son puntos de tangencia.

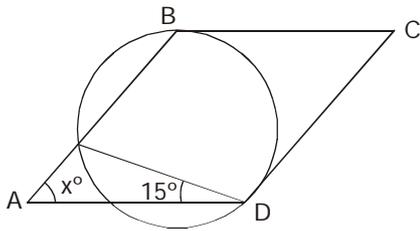


05. En el gráfico :  $O_1$  y  $O_2$  son centros de las circunferencias. Q y T son puntos de tangencia. Calcule  $m\widehat{PQ}$ .

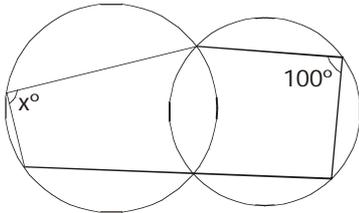


06. Se tienen 2 circunferencias de manera que la distancia entre sus centros y los radios de cada una de las circunferencias están en la relación de 3, 4 y 1 respectivamente. Por tanto, las circunferencias serían :

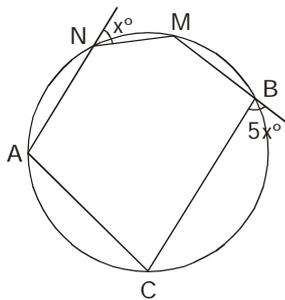
07. En el gráfico ABCD un romboide. Calcule " $x^\circ$ ", B y D son puntos de tangencia.



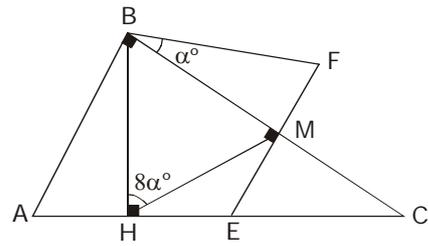
08. En el gráfico, calcule : " $x^\circ$ ".



09. En el gráfico :  $AC = BC$ ,  $m\angle ACB = 60^\circ$ , calcule " $x^\circ$ ".

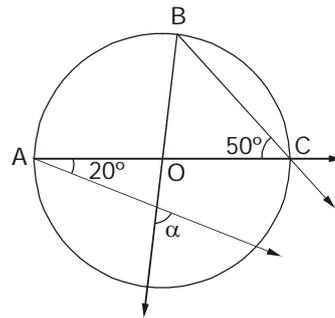


10. En el gráfico, calcule " $\alpha^\circ$ ". Si :  $MF = ME$ .

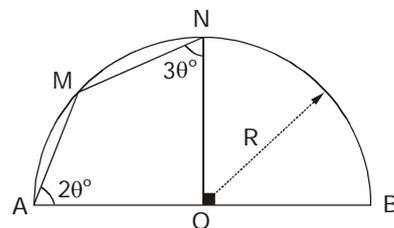


**Practiquemos :**

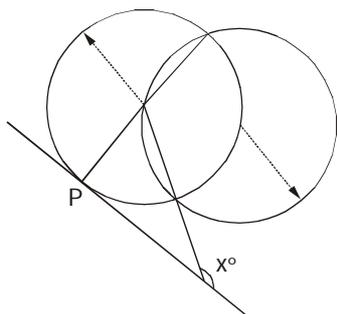
11. En la circunferencia de centro "O", calcule " $\alpha^\circ$ ".



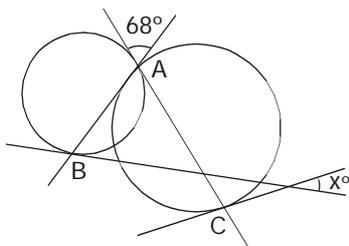
12. Del gráfico, calcule " $\theta^\circ$ ".



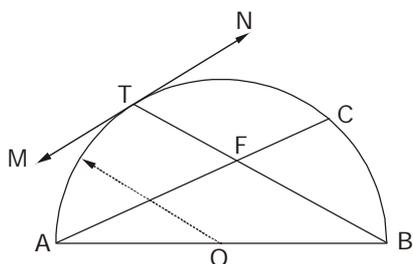
13. Del gráfico, calcule "x°". (P es punto de tangencia).



14. Si A, B y C son puntos de tangencia. Calcule "x°".



15. En el gráfico, "T" es punto de tangencia  $\overline{AC} \parallel \overline{MN}$  y la  $m\angle CAB = 20^\circ$ . Calcule la  $m\angle TFA$ .

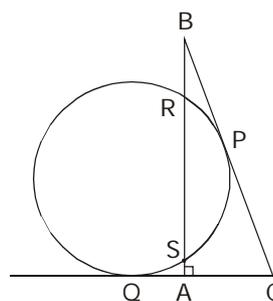


16. Se tiene un trapecio ABCD inscrito en una circunferencia ( $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ ).

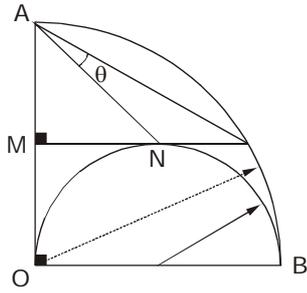
Calcule la  $m\angle BDA$ , si :  
 $m\widehat{BC} + m\widehat{AD} = 100^\circ$ .

17. Se tiene un triángulo ABC y se traza la bisectriz interior  $\overline{BD}$ , luego se traza una circunferencia que pasa por el vértice B y es tangente a  $\overline{AC}$  en el punto D, además corta a los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  en los puntos E y F, calcule la medida del ángulo C, si :  
 $m\widehat{BE} = 68^\circ$ .

18. En el gráfico, P y Q puntos de tangencia, la  $m\angle ABC = 10^\circ$  y  $m\widehat{PR} = 32^\circ$ . Calcule la  $m\widehat{QS}$ .



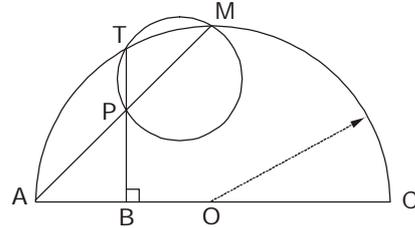
19. En el gráfico, calcule "θ", si "N" es punto de tangencia.



20. En un triángulo isósceles ABC :  
 (AB = BC)  $m\angle BFE = 32^\circ$ , siendo E y F los puntos de tangencia sobre los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$  determinados por la circunferencia inscrita. Calcule la  $m\angle B$ .

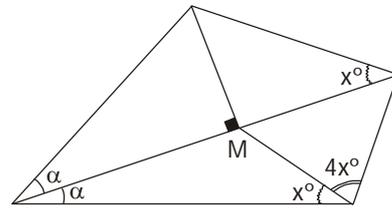
### Problemas propuestos

21. En el gráfico, calcule la  $m\widehat{TP}$ , si :  
 $2(BO) = 3(AB)$ .



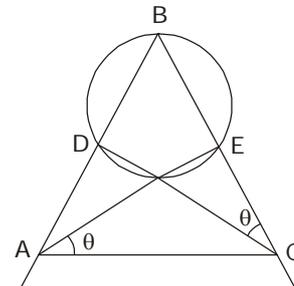
- a)  $37^\circ$
- b)  $53^\circ$
- c)  $30^\circ$
- d)  $60^\circ$
- e)  $36^\circ$

22. Del gráfico mostrado, calcule "x°".



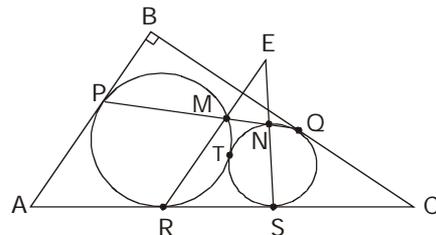
- a)  $20^\circ$
- b)  $30^\circ$
- c)  $37^\circ$
- d)  $22,5^\circ$
- e)  $18^\circ$

23. En el gráfico, calcule AD, si :  $BD = 4u$  y  $AC = 12u$ .



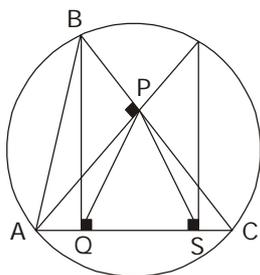
- a) 6 u
- b) 7 u
- c) 8 u
- d) 10 u
- e) 5 u

24. En el gráfico se muestra dos circunferencias tangentes exteriormente en T, y tangentes a dos de los lados del triángulo rectángulo ABC, siendo los puntos de tangencia P, R, S, Q y T. Calcule la medida del ángulo REN.



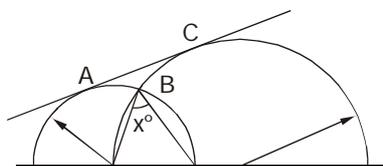
- a)  $30^\circ$
- b)  $37^\circ$
- c)  $45^\circ$
- d)  $53^\circ$
- e)  $60^\circ$

25. En el gráfico,  $m\widehat{ABC} = 220^\circ$ , calcule la  $m\angle QPS$ .



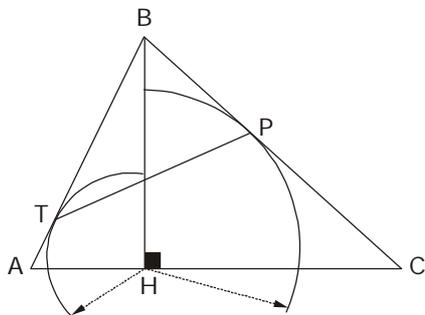
- a)  $30^\circ$       b)  $40^\circ$       c)  $50^\circ$   
 d)  $35^\circ$       e)  $80^\circ$

26. En el gráfico, calcule " $x^\circ$ ", si:  $m\widehat{AB} + m\widehat{BC} = 80^\circ$ .  
 Donde: A y C son puntos de tangencia.



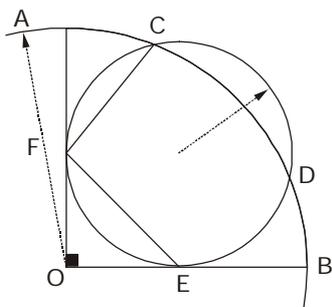
- a)  $50^\circ$       b)  $40^\circ$       c)  $5^\circ$   
 d)  $35^\circ$       e)  $30^\circ$

27. En el gráfico, el punto "H" es el centro de los dos arcos de circunferencia mostrados. T y P puntos de tangencia y la  $m\angle HBC = 50^\circ$ , calcule  $m\angle BTP$ .



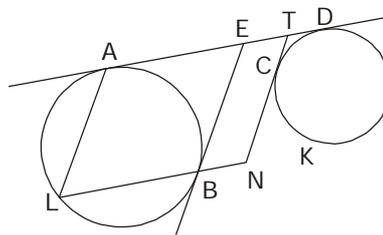
- a)  $60^\circ$       b)  $20^\circ$       c)  $40^\circ$   
 d)  $50^\circ$       e)  $30^\circ$

28. En el gráfico,  $EF = FC$ . Calcule la  $m\widehat{AC}$ .  
 (F y E son puntos de tangencia).



- a)  $15^\circ$       b)  $18^\circ 30'$       c)  $22^\circ 30'$   
 d)  $26^\circ 30'$       e)  $30^\circ$

29. En el gráfico: A, B, C y D son puntos de tangencia, ETNB es un romboide y  $m\widehat{CD} = \frac{2}{3}$  ( $m\angle ALB$ ). Calcule la  $m\angle BNC$ .

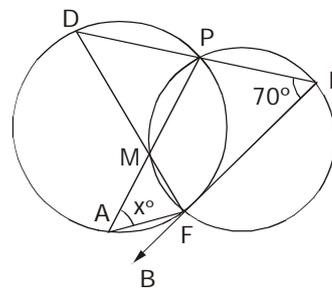


- a)  $\frac{45^\circ}{2}$       b)  $45^\circ$       c)  $135^\circ$   
 d)  $37^\circ$       e)  $53^\circ$

30. Desde un punto "P" exterior a la circunferencia, se trazan las tangentes  $\overline{PA}$  y  $\overline{PB}$ ; en  $\overline{PA}$  está el punto "E", tal que:  $OE = EP$ ; la tangente  $\overline{EF}$  determina el arco FB ( $m\widehat{FB} = 32^\circ$ ). Calcule la  $m\angle EOP$  y "O": centro de la circunferencia.

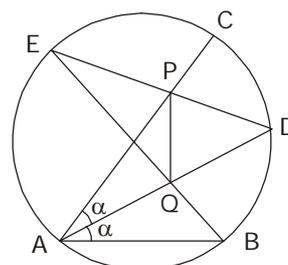
- a)  $16^\circ$       b)  $24^\circ$       c)  $32^\circ$   
 d)  $48^\circ$       e)  $64^\circ$

31. En el gráfico, calcule " $x^\circ$ ", siendo F punto medio de tangencia,  $m\angle AFB = 30^\circ$ .



- a)  $50^\circ$       b)  $45^\circ$       c)  $30^\circ$   
 d)  $40^\circ$       e)  $35^\circ$

32. En el gráfico:  $m\widehat{AB} = 100^\circ$ . Calcule la  $m\angle APQ$ .

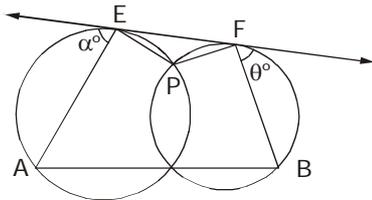


- a)  $50^\circ$       b)  $60^\circ$       c)  $30^\circ$   
 d)  $45^\circ$       e)  $55^\circ$

33. Se tiene un triángulo ABC inscrito en una circunferencia; sobre  $\widehat{AB}$  y  $\widehat{BC}$  se ubican los puntos P y Q, tal que :  $m\widehat{PB} = m\widehat{BQ}$ . Calcule :  $m\angle BAC + m\angle BEQ$ , siendo :  $\{E\} = \widehat{BC} \cap \widehat{PQ}$ .

- a)  $90^\circ$       b)  $100^\circ$       c)  $120^\circ$   
 d)  $180^\circ$       e)  $160^\circ$

34. En el gráfico, calcule la  $m\angle EPF$ , si :  $\alpha^\circ + \theta^\circ = 140^\circ$ , E y F son puntos de tangencia. Además :  $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ .

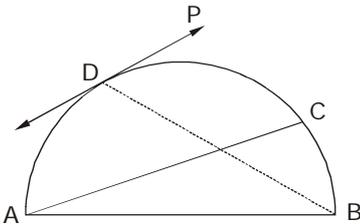


- a)  $120^\circ$       b)  $140^\circ$       c)  $130^\circ$   
 d)  $150^\circ$       e)  $125^\circ$

35. En un triángulo isósceles ABC ( $AB = BC$ ) se trazan las cevianas  $\overline{AD}$  y  $\overline{BF}$ , que se forman en un punto "E", tal que la  $m\angle DAC = 60^\circ$ . Calcule la  $m\angle ABE$ , si el cuadrilátero CDEF es inscriptible.

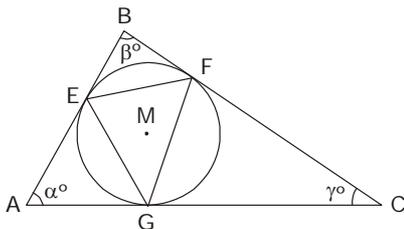
- a)  $20^\circ$       b)  $60^\circ$       c)  $80^\circ$   
 d)  $30^\circ$       e)  $5^\circ$

36. En el gráfico se muestra un arco de circunferencia ADCB, donde  $\overline{AB}$  es el diámetro del arco de circunferencia se cumple que :  $m\angle CAB = 20^\circ$ , además :  $\overline{DP}$  es paralelo a  $\overline{AC}$  y DP es tangente al arco. Calcule la  $m\angle PDB$ .



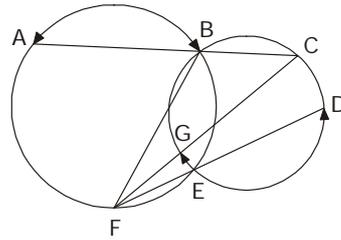
- a)  $45^\circ$       b)  $55^\circ$       c)  $25^\circ$   
 d)  $65^\circ$       e)  $35^\circ$

37. En el gráfico :  $\alpha^\circ = 62^\circ$ ,  $\beta^\circ = 68^\circ$ ,  $\gamma^\circ = 50^\circ$ . En la circunferencia inscrita, determinados puntos de tangencia son E, F, G. Calcule las medidas de los ángulos GEF, EFG y FGE respectivamente.



- a)  $65^\circ, 59^\circ, 56^\circ$       b)  $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$   
 c)  $50^\circ, 62^\circ, 68^\circ$       d)  $68^\circ, 60^\circ, 62^\circ$   
 e)  $62^\circ, 68^\circ, 60^\circ$

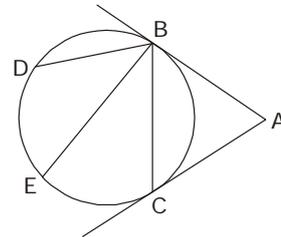
38. En el gráfico, calcule la medida del ángulo BFC, si los arcos  $\widehat{AB}$  y  $\widehat{DEG}$  miden  $80^\circ$  y  $100^\circ$ , respectivamente.



- a)  $20^\circ$       b)  $15^\circ$       c)  $30^\circ$   
 d)  $10^\circ$       e)  $25^\circ$

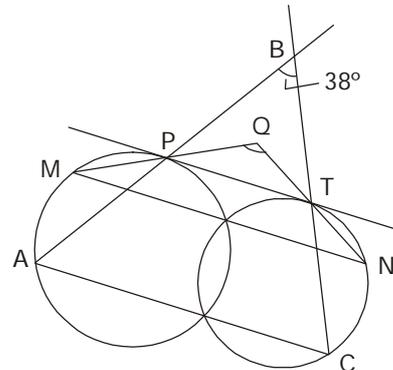
39. En el gráfico,  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$  son tangentes a la circunferencia.

Si :  $m\angle BAC = 72^\circ$  y los arcos  $\widehat{BD}$ ,  $\widehat{DE}$  y  $\widehat{EC}$  son congruentes, calcule la medida del ángulo DBE.



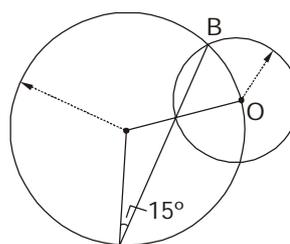
- a)  $28^\circ$       b)  $36^\circ$       c)  $40^\circ$   
 d)  $42^\circ$       e)  $48^\circ$

40. En el gráfico, la recta  $\overleftrightarrow{PT}$  es tangente común a las dos circunferencias secantes. Si el ángulo ABC mide  $38^\circ$ . Calcule la medida del ángulo MQN.



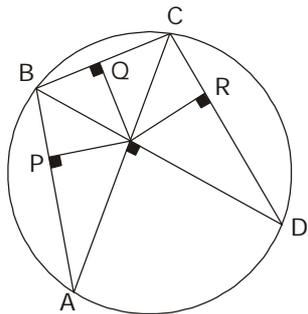
- a)  $148^\circ$       b)  $142^\circ$       c)  $138^\circ$   
 d)  $152^\circ$       e)  $128^\circ$

41. Del gráfico, calcule  $m\widehat{OB}$ .



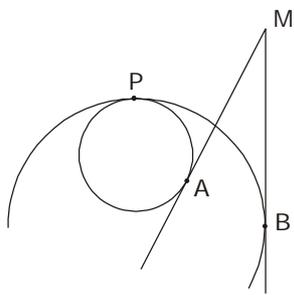
- a)  $20^\circ$       b)  $35^\circ$       c)  $40^\circ$   
 d)  $30^\circ$       e)  $50^\circ$

42. En el gráfico la  $m\widehat{BC} = 40^\circ$ . Calcule la  $m\angle PQR$ .



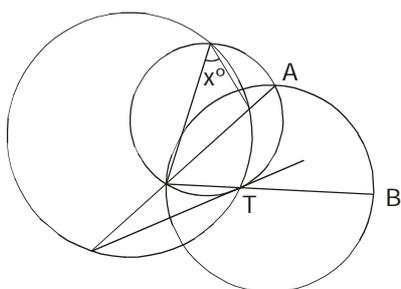
- a)  $120^\circ$       b)  $150^\circ$       c)  $140^\circ$   
d)  $160^\circ$       e)  $135^\circ$

43. En el gráfico :  $m\widehat{AP} - m\widehat{BP} = 28^\circ$ . Calcule la  $m\angle AMB$ , donde : A, P y B, son puntos de tangencia.



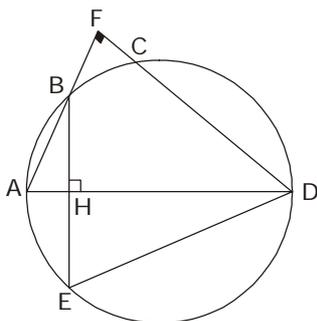
- a)  $28^\circ$       b)  $21^\circ$       c)  $14^\circ$   
d)  $7^\circ$       e)  $30^\circ$

44. En el gráfico :  $m\widehat{AB} = 100^\circ$ . Calcule " $x^\circ$ ". (T es punto de tangencia).



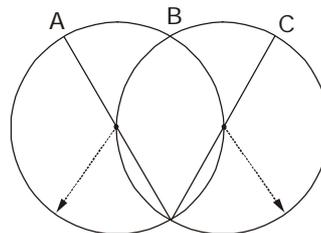
- a)  $25^\circ$       b)  $40^\circ$       c)  $45^\circ$   
d)  $50^\circ$       e)  $80^\circ$

45. En el gráfico, si :  $BH = 4$  u y  $HE = 6$  u. Calcule BC.



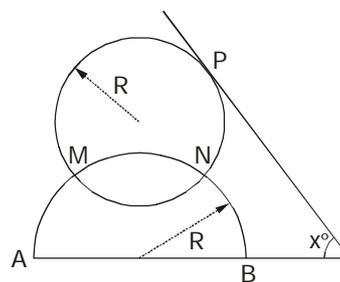
- a) 2 u      b) 3 u      c) 4 u  
d) 5 u      e) 6 u

46. En el gráfico :  $m\widehat{AB} = \theta^\circ$  y  $m\widehat{BC} = \alpha^\circ$ . Encuentre la relación correcta :



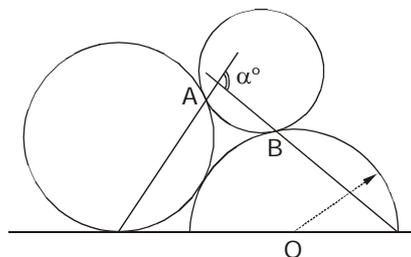
- a)  $\theta^\circ = 2\alpha^\circ$       b)  $2\sqrt{2}\alpha^\circ = \theta^\circ$   
c)  $\alpha^\circ + 2\theta^\circ = 90^\circ$       d)  $\theta^\circ + 2\alpha^\circ = 180^\circ$   
e)  $2\theta^\circ + 3\alpha^\circ = 270^\circ$

47. En el gráfico :  $m\widehat{MN} = m\widehat{NP}$ ;  $m\widehat{AM} = m\widehat{NB} = 40^\circ$ . Calcule " $x^\circ$ ".



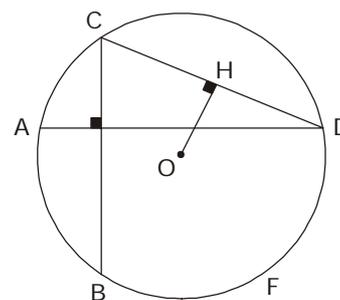
- a)  $20^\circ$       b)  $25^\circ$       c)  $30^\circ$   
d)  $35^\circ$       e)  $40^\circ$

48. En el gráfico, calcule " $\alpha^\circ$ "  $m\widehat{AB} = 50^\circ$ ; A y B son puntos de tangencia.



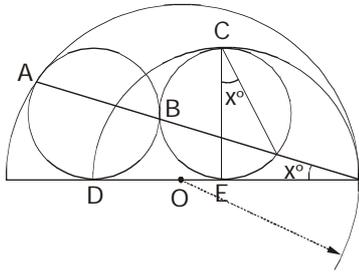
- a)  $85^\circ$       b)  $110^\circ$       c)  $80^\circ$   
d)  $100^\circ$       e)  $90^\circ$

49. En el gráfico,  $AB = 12$  m y "O" es centro de la circunferencia. Calcule OH.



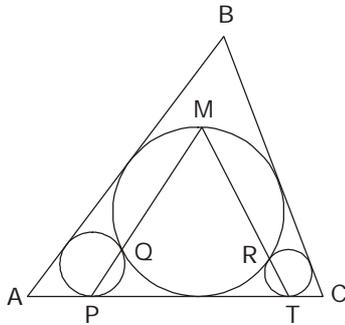
- a) 4 u      b) 5 u      c) 3 u  
d) 6 u      e) 1 u

50. En el gráfico, calcule "x°", si : A, B, C, D, E; son puntos de tangencia.



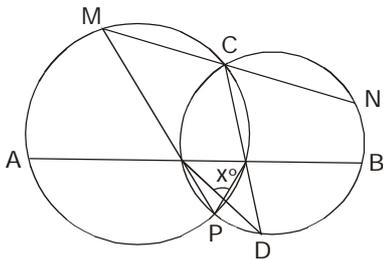
- a) 30°
- b) 15°
- c) 22°30'
- d) 20°
- e) 25°

51. En el gráfico, calcule la  $m\angle ABC$ , si : P, Q, R y T son puntos de tangencia y además :  $m\angle PMT = m\angle ABC$ .



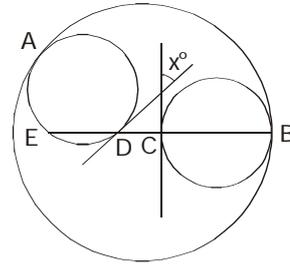
- a) 30°
- b) 45°
- c) 50°
- d) 60°
- e) 80°

52. En el gráfico :  $\overline{MP} \parallel \overline{CD}$  y  $m\widehat{AMC} + m\widehat{NB} = 160^\circ$ . Calcule "x°".



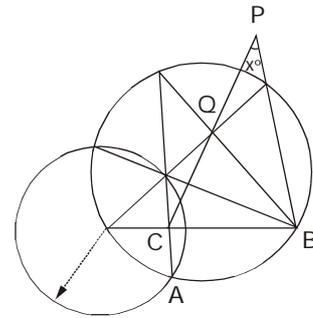
- a) 80°
- b) 100°
- c) 50°
- d) 65°
- e) 70°

53. En el gráfico : A, B, C y D son puntos de tangencia.  $m\widehat{AB} = 120^\circ$  y  $m\widehat{AE} = 110^\circ$ . Calcule "x°".



- a) 50°
- b) 40°
- c) 30°
- d) 25°
- e) 20°

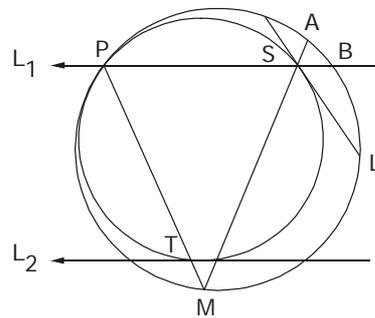
54. En el gráfico,  $m\widehat{AB} = 100^\circ$ . Calcule "x°".



- a) 50°
- b) 40°
- c) 60°
- d) 70°
- e) 80°

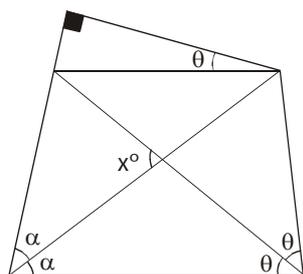
55. En el gráfico, calcule la  $m\angle MSL$ .

Si :  $m\widehat{AP} = 100^\circ$ ,  $m\widehat{AB} = 20^\circ$ ; (P, S y T son puntos de tangencia) y  $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$ .



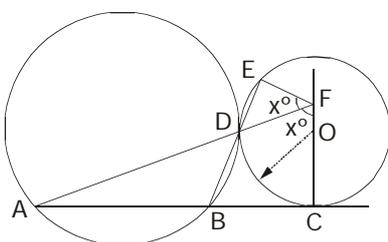
- a) 60°
- b) 70°
- c) 80°
- d) 85°
- e) 90°

56. Del gráfico, calcule "x°".



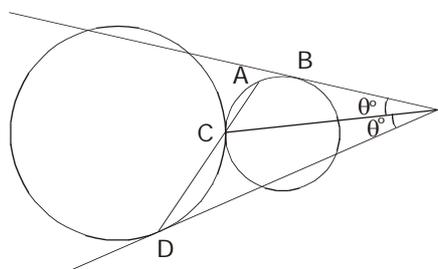
- a) 30°
- b) 45°
- c) 60°
- d) 53°
- e) 90°

57. En el gráfico, calcule "x°", siendo C y D puntos de tangencia.



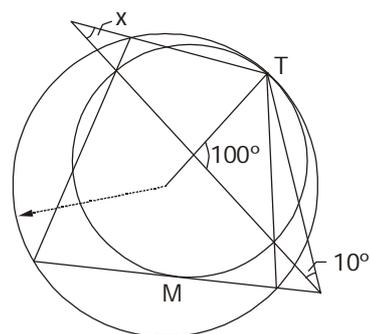
- a) 50°
- b) 70°
- c) 60°
- d) 65°
- e) 55°

58. En el gráfico : B, C y D son puntos de tangencia. Calcule la  $m\widehat{AB}$ .



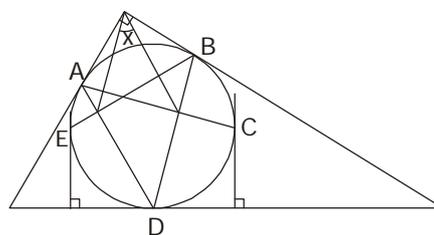
- a)  $\frac{3\theta}{2}$
- b)  $2\theta$
- c)  $\theta$
- d)  $90 + \frac{\theta}{2}$
- e)  $90 - \frac{\theta}{2}$

59. En el gráfico, T y M son puntos de tangencia. Calcule "x°".



- a) 20°
- b) 10°
- c) 15°
- d) 40°
- e) 35°

60. En el gráfico, calcule "x°". A, B, C, D y E son puntos de tangencia.



- a) 30°
- b) 45°
- c) 60°
- d) 90°
- e) 50°

# Claves

21.	<i>b</i>
22.	<i>b</i>
23.	<i>c</i>
24.	<i>c</i>
25.	<i>b</i>
26.	<i>a</i>
27.	<i>c</i>
28.	<i>d</i>
29.	<i>c</i>
30.	<i>a</i>
31.	<i>e</i>
32.	<i>a</i>
33.	<i>d</i>
34.	<i>b</i>
35.	<i>b</i>
36.	<i>b</i>
37.	<i>a</i>
38.	<i>d</i>
39.	<i>d</i>
40.	<i>b</i>

41.	<i>c</i>
42.	<i>c</i>
43.	<i>a</i>
44.	<i>d</i>
45.	<i>a</i>
46.	<i>d</i>
47.	<i>c</i>
48.	<i>b</i>
49.	<i>d</i>
50.	<i>c</i>
51.	<i>d</i>
52.	<i>a</i>
53.	<i>a</i>
54.	<i>a</i>
55.	<i>c</i>
56.	<i>c</i>
57.	<i>c</i>
58.	<i>b</i>
59.	<i>a</i>
60.	<i>b</i>